УДК 514.18 DOI: 10.31388/2220-8674-2019-1-66

МОДЕЛЮВАННЯ ДІЛЯНКИ ОБВОДУ ІЗ МОНОТОННОЮ ЗМІНОЮ КРИВИНИ

Гавриленко Є. А., к. т. н., **http://orcid.org/0000-0003-4501-445X**
Холодняк Ю. В., к. т. н. **http://orcid.org/0000-0001-8966-9269**
Таврійський державний агротехнологічний університет
Тел. 8(0619) 42-68-62

Анотація – у роботі запропоновано метод моделювання плоских дискретно представлених кривих (ДПК) із закономірною зміною диференціально-геометричних характеристик. Формування кривої за допомогою розробленого методу передбачає проведення попереднього аналізу вихідної ДПК, в результаті якого визначаються діапазони можливих, за умовами задачі, значень диференційно-геометричних характеристик в її точках; призначення конкретних положень дотичних і значень радіусів кривини всередині отриманих діапазонів; локальне згущення ділянок кривої, в процесі якого забезпечуються призначені характеристики та монотонна зміна радіусів кривини всередині ділянки.

Положення точок згущення призначаються всередині області можливого розташування кривої, визначеної виходячи з умов, які на неї накладаються: відсутність осциляції, другий порядок гладкості, монотонна зміна радіусів кривини. На кожному кроці згущення можна сформувати проміжний розв’язок - обвід з дуг кривих Без’є, що стикуються з другим порядком гладкості. Запропоновані алгоритми дозволяють формувати обводи з монотонною зміною радіусів кривини нульового, першого і другого порядків фіксації. При цьому забезпечується можливість як завгодно локального коригування форми обводу при контролі значень характеристик в його точках.

Ключові слова: дискретно представлена крива (ДПК), дотична, базисний трикутник, радіус кривини, другий порядок гладкості, монотонна зміна кривини.

Постановка проблеми. Задача конструювання виробів, призначення яких взаємодія із середовищем, передбачає моделювання складних поверхонь із підвищеними динамічними якостями [1-3]. Покращення динамічних якостей можна досягти за рахунок забезпечення плавності зміни диференційно-геометричних характеристик (положень дотичних і значень кривини) уздовж кривих, які є елементами каркаса поверхні [4-6].

Якщо крива представлена довільною кількістю вузлів, то при моделювати обводу із монотонною зміною кривини доцільно формувати ділянки кривої локально. Отримані ділянки стикуються із заданим порядком гладкості. Задача формування ділянки монотонної ДПК по заданим диференціально-геометричним характеристикам є важливим етапом при моделюванні обводу із монотонною зміною кривини.

Аналіз останніх досліджень. При моделюванні обводу з контролем зміни диференціально-геометричних характеристик необхідно контролювати положення дотичних та значення кривини у вузлах кривої. Критерій, за допомогою якого можна оцінювати значення радіусів кривини у вузлах ДПК запропоновано у роботі [7]. Кривина оцінюється кривиною кривої Без’е, для якої точки, що її задають, співпадають із вершинами базисного трикутника. Базисний трикутник обмежений дотичними до ДПК, що проходять через послідовні точки та хордою, яка з’єднує ці точки (рис. 1).

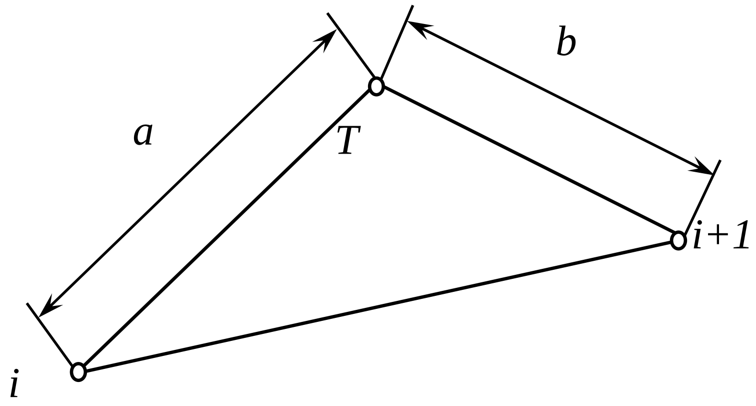

Рис. 1. Визначення радіусів кривини у вузлах ДПК

Значення радіусів кривини в точках i та $i+1$ можна оцінити за формулами:

$$R_i = \frac{a^3}{S}, \quad R_{i+1} = \frac{b^3}{S},$$

де $a = |i;T|$ та $b = |T;i+1|$ – довжини сторін базисного трикутника $i,T,i+1$;

S – площа базисного трикутника $i,T,i+1$.

У роботах [8,9] розроблено спосіб призначення положення дотичних до кривої. В результаті отримується ланцюг базисних трикутників, який забезпечує можливість моделювання обводу із монотонною зміною кривини.

Область можливого розташування монотонної кривої, яка визначається базисним трикутником, визначена у статті [10]. Границі розташування обводу визначаються параметрами базисного трикутника та значеннями радіусів кривини ДПК, заданими у вихідних точках.

Формулювання цілей статті. Метою статті є розробка геометричної схеми формування ділянки кривої, яка обмежена послідовними вузлами ДПК. Умовами моделювання кривої є монотонна зміна кривини, задані положення дотичних та значення радіусів кривини у вузлах, що обмежують ділянку.

Основна частина. Ділянка монотонної ДПК формується методом згущень. Нехай задано положення вузлів i та $i+1$ (рис. 2). Дотичні, які проходять через ці вузли позначимо t_i та t_{i+1} відповідно. У граничних вузлах задані радіуси кривини R_i та R_{i+1} відповідно. Значення R_i та R_{i+1} необхідно забезпечити в процесі моделювання ділянки кривої.

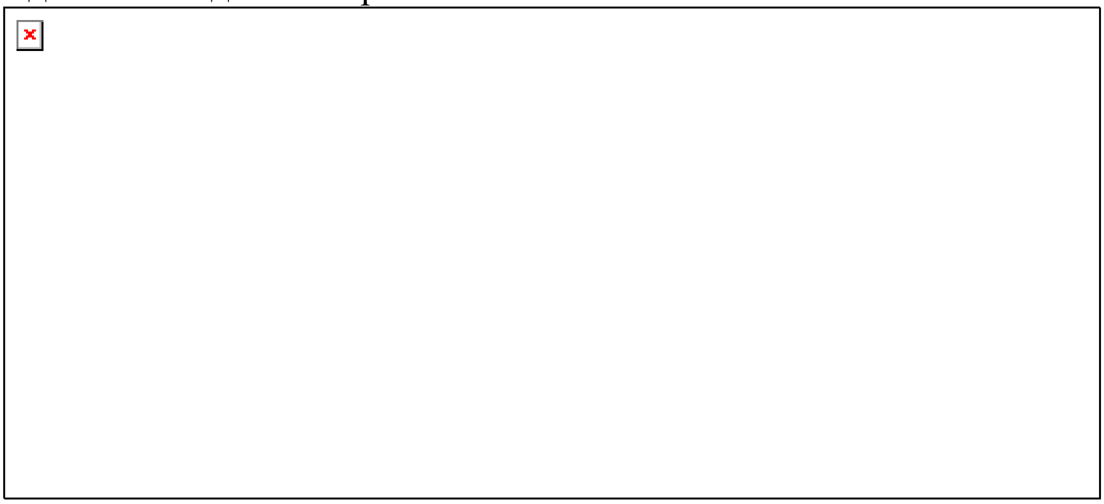

Рис. 2. Формування ділянки обводу

Ділянка монотонної кривої між вузлами i та $i+1$ формується всередині базисного трикутника $i, T, i+1$. Позначимо радіуси кривини, які відповідають вказаному базисному трикутнику, у вихідних точках [4] як $\overleftarrow{R}_i$ та $\overrightarrow{R}_{i+1}$ відповідно. При визначенні положень дотичних t_i та t_{i+1} у вихідних вузлах забезпечується значення $\overleftarrow{R}_i$ менше за заданий радіус кривини ДПК R_i, а значення $\overrightarrow{R}_{i+1}$ – менше за заданий радіус кривини R_{i+1}, тобто $\overleftarrow{R}_i < R_i$ та $\overrightarrow{R}_{i+1} > R_{i+1}$.

Дотична $t_{зг}$, яка відповідає точці згущення, призначається паралельно хорді $[i;\, i+1]$. Граничні положення дотичної $t_{зг}$ визначаються за допомогою способу, який розроблено у роботі [9].

Після призначення дотичної $t_{зг}$ всередині отриманого діапазону, положення точки згущення A однозначно визначається за умовою другого порядку гладкості обводу [8]. В результаті отримаємо два нових базисних трикутника згущення i, T_1, A та $A, T_2, i+1$. Значення радіусів кривини, які відповідають базисним трикутникам i, T_1, A та $A, T_2, i+1$ в точках i та $i+1$ позначимо $\overleftarrow{R_i^1}$ та $\overrightarrow{R_{i+1}^1}$ відповідно.

В точці A радіуси кривини, які відповідають базисним трикутникам згущення, дорівнюють:

$$\overrightarrow{R_A^1} = \overleftarrow{R_A^1} = \frac{2 \cdot l^2}{h},$$

де $l = |T_1; A| = |A; T_2|$ – довжини сторін базисних трикутників;

h – відстань від точок i та $i+1$ до дотичної $t_{зг}$.

Базисні трикутники i, T_1, A та $A, T_2, i+1$ визначають у вихідних вузлах такі ж самі радіуси кривини, що і вихідний базисний трикутник $i, T, i+1$. Але отримані в результаті згущення значення $\overleftarrow{R_i^1}$ та $\overrightarrow{R_{i+1}^1}$ відрізняються від заданих значень R_i та R_{i+1}.

Корегування радіусів кривини можна виконати за допомогою зміни положення точки згущення на дотичній. При переміщенні точки згущення контролюється умова монотонної зміни кривини уздовж кривої [8]:

$$\begin{cases} c < l + d; \\ l - d < f, \end{cases}$$

де $c = |i; T_1|$ та $f = |T_2; i+1|$ – довжини сторін базисних трикутників;

d – відстань, на яку переміщується точка згущення.

Після переміщення A у напрямку зростання радіусів кривини уздовж кривої (на рис. 2 у точку $i_{зг}$) значення $\overleftarrow{R_i^1}$ збільшується, а значення $\overrightarrow{R_{i+1}^1}$ зменшується. При цьому у точці згущення порушується другий порядок гладкості кривої. Отримані радіуси кривини, що відповідають базисним трикутникам $i, T_1, i_{зг}$ та $i_{зг}, T_2, i+1$, дорівнюють:

$$\overrightarrow{R^1_{зг}} = \frac{2\cdot(l+d)^2}{h}, \quad \overleftarrow{R^1_{зг}} = \frac{2\cdot(l-d)^2}{h}.$$

Забезпечити задані значення радіусів кривини R_i та R_{i+1} у точках, що обмежують ділянку кривої, можна в результаті другого кроку згущення. Для цього всередині базисних трикутників згущення, отриманих після переміщення точки A в точку $i_{зг}$, $i, T_1, i_{зг}$ та $i_{зг}, T_2, i+1$ призначаються дотичні другого кроку згущення ($t^1_{зг}$ та $t^2_{зг}$). Дотичні $t^1_{зг}$ та $t^2_{зг}$ проводяться паралельно хордам $|i; i_{зг}|$ та $|i_{зг}; i+1|$ відповідно. Позначимо відстані від дотичних $t^1_{зг}$, $t^2_{зг}$ до основ базисних трикутників $|i; i_{зг}|$, $|i_{зг}; i+1|$ як h_1 та h_2 відповідно.

При зміні h_1 та h_2 радіуси кривини в точках i, $i_{зг}$ та $i_{зг}$, $i+1$ ($\overleftarrow{R^2_i}$; $\overleftarrow{R^2_{зг}}$, $\overrightarrow{R^2_{зг}}$; $\overrightarrow{R^2_{i+1}}$), які забезпечуються базисними трикутниками другого кроку згущення, змінюються пропорційно, тобто:

$$\begin{cases} \overleftarrow{R^2_{зг}} = k_1 \cdot \overleftarrow{R^1_{зг}}; \\ \overleftarrow{R^2_i} = k_1 \cdot \overleftarrow{R^1_i}; \end{cases} \qquad \begin{cases} \overrightarrow{R^2_{зг}} = k_2 \cdot \overrightarrow{R^1_{зг}}; \\ \overrightarrow{R^2_{i+1}} = k_2 \cdot \overrightarrow{R^1_{i+1}}, \end{cases}$$

де k_1 та k_2 – коефіцієнти, на які змінюються радіуси кривини, отримані в результаті другого кроку згущення, відносно радіусів кривини першого кроку згущення.

Положення дотичних $t^1_{зг}$ та $t^2_{зг}$ призначається таким чином, щоб виконувалися умови:

$$\begin{cases} R_i = \overleftarrow{R}_i^2; \\ R_{i+1} = \overrightarrow{R}_{i+1}^2; \\ \overleftarrow{R}_{зг}^2 = \overrightarrow{R}_{зг}^2. \end{cases}$$

В результаті другого кроку згущення сформовано ланцюг базисних трикутників, які забезпечують в точках i та $i+1$ задані значення радіусів кривини R_i та R_{i+1} та стиковку із другим порядком гладкості ділянок ДПК у точці $i_{зг}$. При цьому отриманий ланцюг базисних трикутників забезпечує можливість моделювання кривої з монотонною зміною кривини.

Висновки. У роботі запропоновано схему локального формування ділянки монотонної ДПК по заданим диференціально-геометричним характеристикам у вузлах, що обмежують ділянку. Моделювання кривої по окремим ділянкам спрощує розрахунковий алгоритм та запобігає накопиченню похибки інтерполяції усього точкового ряду. Розроблена схема дозволяє формувати монотонну криву, яка задана довільною кількістю вузлів. У подальших дослідженнях планується розробити спосіб моделювання ділянки ДПК, яка містить точку зміни зростання та убування кривини та точку зміни опуклості та увігнутості кривої. Це дасть можливість моделювати ДПК другого порядку гладкості із закономірною зміною кривини на основі довільного точкового ряду.

Список використаних джерел

1. *Light R.* Modification of Geometric-Models Through Variational Geometry. / R.Light, D.Gossard // Computer-Aided Desig, 1982. V. 14, Is. 4. P. 209-214. https://doi.org/10.1016/0010-4485(82)90292-5

2. *Steenhuizen D.* The implementation of a knowledge-based framework for the aerodynamic optimization of a morphing wing device / D.Steenhuizen, M. Tooren // Advanced Engineering Informatics, 2012. V. 26, Is. 2. P. 207-218. https://doi.org/10.1016/j.aei.2012.02.004

3. *Salman M.* Free-form surface models generation using reverse engineering techniques - an investigation. /M.Salman, A.Mansor// Proceedings of Malaysian Research Group International Conference, 2006. P. 379–385.

4. *Kappis W.* Modern Gas Turbine Systems: High Efficiency, Low Emission, Fuel Flexible Power Generation /W.Kappis// Woodhead Publishing Series in Energy. 2013. P. 89-150. https://doi.org/10.1533/9780857096067.2.89

5. *Fooladi M.* Recognition and assessment of different factors which affect flicker in wind turbine /M.Fooladi, A.A.Foroud// IET Renewable Power Generation. 2016. V. 10, Is. 2. P. 250-259. https://doi.org/10.1049/iet-rpg.2014.0419

6. *Hoschek J.* Turbine blade design by lofted B-spline surfaces /J.Hoschek, R.Müller// Journal of Computational and Applied Mathematics. 2000. Vol. 119, Is. 1–2. P. 235-248. https://doi.org/10.1016/S0377-0427(00)00381-2

7. *Холодняк Ю. В.* Задача оцінки значень кривини в точках дискретно-представленої кривої /Ю. В.Холодняк // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету. Мелітополь, 2012. Вип. 4, Т. 53. С. 164-167.

8. *Гавриленко Є. А.* Програмна реалізація алгоритму моделювання одновимірних обводів по заданим геометричним умовам /Є. А.Гавриленко , Ю. В.Холодняк // Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво. Луцьк, 2013. № 13. С. 4–9.

9. *Холодняк Ю. В.* Формирование одномерных обводов с закономерным изменением кривизны / Ю. В.Холодняк, Ю.А. Дмитриев // Динамика систем, механизмов и машин. Омск, 2014. № 3. С. 241–243.

10. *Холодняк Ю. В.* Визначення діапазонів положення дотичних при моделюванні монотонної дискретно представленої кривої /Ю. В.Холодняк // Прикладна геометрія та інженерна графіка. Київ, 2012. Вип. 90. С. 367-371.

МОДЕЛИРОВАНИЕ УЧАСТКА ОБВОДА С МОНОТОННЫМ ИЗМЕНЕНИЕМ КРИВИЗНЫ

Гавриленко Е.А., Холодняк Ю.В.

Аннотация

В работе предложен метод моделирования плоских дискретно представленных кривых (ДПК) с закономерным изменением дифференциально-геометрических характеристик. Формирование кривой с помощью разработанного метода предполагает проведение предварительного анализа исходной ДПК, в результате которого определяются диапазоны возможных, по условиям задачи, значений дифференциально-геометрических характеристик в ее точках; назначение конкретных положений касательных и значений радиусов кривизны внутри полученных диапазонов; локальное сгущение участков кривой, в процессе которого обеспечиваются ранее назначенные характеристики и монотонное изменение радиусов кривизны внутри участка.

Положения точек сгущения назначаются внутри области возможного расположения кривой, определенной исходя из условий, которые на нее накладываются: отсутствие осцилляции, второй порядок гладкости, монотонное изменение радиусов кривизны. На каждом шаге сгущения можно сформировать промежуточное решение – обвод из дуг кривых Безье, состыкованных со вторым порядком гладкости. Предложенные алгоритмы позволяют формировать обводы с монотонным изменением радиусов кривизны нулевого, первого и второго порядков фиксации. При этом обеспечивается возможность сколь угодно локальной корректировки формы обвода при контроле значений характеристик в его точках.

Ключевые слова: дискретно представленная кривая, касательная, базисный треугольник, радиус кривизны, второй порядок гладкости, монотонное изменение кривизны.

MODELING OF THE AREA OF CONTOURS WITH MONOTONOUS CHANGE OF CURVATURE VALUES CHANGE

E. Gavrilenko, Yu. Kholodnyak

Summary

The method of modeling plane discretely presented curves (DPC) with a regular change of differential geometric characteristics is proposed in this article. Curve formation using the developed method involves a preliminary analysis of the initial DPC, which determines the ranges of possible, according to the conditions of the problem, values of differential-geometric characteristics at its points; assignment of specific tangent positions and values of the radiuses of curvature within the obtained ranges; local condensation of sections of the curve, during which previously assigned characteristics and a monotonic change in the radiuses of curvature within the section are provided.

The positions of the condensation points are assigned within the region of the possible location of the curve, determined on the basis of the conditions that are imposed on it: the absence of oscillations, the second order of smoothness, a monotonic change in the radiuses of curvature. At each step of the condensation, an intermediate solution can be formed - a contour from arcs of Bezier curves joined to the second order of smoothness. The proposed algorithms allow the formation of contours with a monotonic change in the radii of curvature of zero, first and second orders of fixation. This provides the possibility of arbitrarily local adjustment of the shape of the contour when monitoring the values of the characteristics at its points.

Key words: discretely-submitted curve (DSC), a tangent, a basic triangle, radius of the curvature, the second order of smoothness, monotonous change of curvature, differential - geometrical characteristics, curve a point of a condensation, a point of change of growth of curvature, a point of change of decrease of curvature a point of change of camber of a curve a point of change of concavity of a curve.