

DOI <https://doi.org/10.32782/2078-0877-2025-25-2-9>

УДК 621.311:621.311.25

Р. В. Оксенич¹, аспірант

ORCID: 0000-0002-6510-5108

О. О. Мірошник¹, докт. техн. наук

ORCID: 0000-0002-6144-7573

О. М. Мороз¹, докт. техн. наук

ORCID: 0000-0002-8520-9211

С. В. Галько², канд. техн. наук

ORCID: 0000-0001-7991-0311

С. А. Попадченко¹, ст. викладач

ORCID: 0000-0003-2537-9769

¹Державний біотехнологічний університет, м. Харків²Таврійський державний агротехнологічний університет імені Дмитра Моторного

email: okrus785@proton.me

МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ КУТА НАХИЛУ ФОТОЕЛЕКТРИЧНИХ ПАНЕЛЕЙ

Анотація. Генерація електроенергії за рахунок сонячних електростанцій значно зростає в усьому світі, тому вибір оптимального кута нахилу фотоелектричних модулів є важливою частиною проєктування сонячної електростанції. Це, своєю чергою, впливає на ефективність виробництва сонячної енергії, зменшуючи при цьому викиди парникових газів і знижуючи залежність від вичерпних видів палива, що використовуються на традиційних електростанціях, та спонукає до пошуку альтернативних способів виробництва електроенергії. Сьогодні сонячна енергетика стала одним із найвідоміших джерел виробництва електроенергії. Але варто пам'ятати, що кількість енергії, яку генерує фотоелектрична панель, напряму залежить від кількості вловленого сонячного випромінювання. Дане питання важливе як для домашніх сонячних електростанцій, так і для комерційних сонячних електростанцій.

Ключові слова: сонячна електростанція, фотоелектричний модуль, оптимальний кут нахилу, відновлювальна енергетика, сонячна інсоляція.

Постановка проблеми. Протягом дня сонце перебуває в різних точках неба. Ба більше, залежно від пори року воно піднімається на різну висоту над горизонтом. Звичайно, що за таких умов генерація енергії сонячними панелями постійно змінюється, тому важливо визначити оптимальний кут нахилу сонячних панелей для забезпечення найвищої ефективності.

З огляду на те, що кут нахилу фотоелектричної панелі може змінюватися залежно від місця установки. Ті сонячні фотоелектричні панелі, які спрямовані безпосередньо до сонця, будуть генерувати найбільшу кількість електроенергії [1; 2]. Оскільки сонце змінює своє положення протягом дня, воно може бути вище або нижче залежно від сезону і часу доби, тому фактичний кут неможливо зафіксувати. Щоб сонячна панель отримувала найбільше сонячного випромінювання протягом дня, необхідно спочатку визначити орієнтацію фотоелектричних панелей, а потім визначити кут нахилу, для якого зробити відповідні розрахунки. Ураховуючи, що сонячні панелі можуть генерувати найбільше енергії, коли вони розташовані під прямим кутом до променів сонця. Оптимальний кут сонячного опівдня перпендикулярний до сонячних променів [3–6].

Фотоелектричні панелі здебільшого встановлюються на дахах будинків або промислових приміщень, і немає ні технічної, ні фінансової можливості змінювати кут нахилу сонячної панелі протягом року [7–9]. Саме тому в цій статті ми розглянули питання вибору оптимального кута нахилу сонячної панелі для отримання максимальної кількості енергії протягом року [10–13]. Визначення правильного кута нахилу сонячних панелей дає змогу максимально збільшити ефективність генерації протягом року як для домашніх, так і для комерційних сонячних електростанцій.

Аналіз останніх досліджень. Сонячне випромінювання на похилій поверхні може бути визначене за допомогою різних математичних моделей. Ці моделі враховують прямі відбитий та розсіяний складники сонячного випромінювання. Методи розрахунку розсіяного випромінювання на похилій поверхні зазвичай поділяються на ізотропні та анізотропні моделі неба [4; 14]. Основна відмінність між цими двома типами полягає у припущеннях щодо розподілу розсіяного сонячного випромінювання. Ізотропна модель неба передбачає рівномірний розподіл випромінювання, тоді як анізотропна модель неба цього не передбачає [6; 15]. Однією з найбільш часто використовуваних моделей є ізотропна модель неба, розроблена Лю та Джорданом, яка описується такими рівняннями:

$$R_b = \frac{\cos(\varphi - \beta) \cos \delta \sin \omega + \left(\frac{\pi}{180^\circ}\right) \omega \sin(\varphi - \beta) \sin \delta}{\cos \varphi \cos \delta \sin \omega + \left(\frac{\pi}{180^\circ}\right) \omega \sin \varphi \sin \delta}, \quad (1)$$

$$H_t = H \left(1 - \frac{H_d}{H}\right) R_p + H_d \left(\frac{1 + \cos \beta}{2}\right) + H \left(\frac{1 - \cos \beta}{2}\right) \rho, \quad (2)$$

де R_b – відношення середньомісячної радіації на нахилений поверхні до середньомісячної радіації на горизонтальній поверхні;

φ – широта;

β – кут нахилу;

$$\omega = \cos^{-1}(-\tan \varphi \tan \delta), \quad (3)$$

це годинний кут сонця в момент заходу над горизонтальною поверхнею,

$$\omega = \cos^{-1}(-\tan(\varphi - \beta) \tan \delta), \quad (4)$$

кут заходу сонця для похилої поверхні у Південній півкулі та Північній півкулі слід замінити з $(\varphi + \beta)$ на $(\varphi - \beta)$;

H_T – середня місячна добова сумарна радіація на похилій поверхні;

H – середня місячна добова сумарна радіація на горизонтальній поверхні;

H_d – середня місячна добова розсіяна радіація на горизонтальній поверхні;

ρ – коефіцієнт відбиття ($\rho = 0,2$).

Наведені рівняння слугують теоретичною основою для обґрунтування розрахунків сонячного випромінювання на похилих поверхнях, що є визначальним чинником у процесі оптимізації кута нахилу фотоелектричних панелей із метою підвищення їх ефективності [7; 16; 17]. Ізотропна модель Лю та Джордана отримала широке застосування завдяки простоті використання та стабільним результатам у різних умовах географічних широт, що забезпечує її застосування як базового методологічного інструменту у дослідженнях у галузі сонячної енергетики.

На основі дослідження Такура і Чандела, присвяченого оптимізації кутів нахилу для сонячної електростанції потужністю 190 кВт у населеному пункті Хаткар-Калані (Індія), було встановлено, що зміна кута нахилу сонячних панелей на місячній, сезонній та річній основі дає змогу максимізувати виробництво електроенергії. Зокрема, їхнє дослідження засвідчило суттєве збільшення генерації – до 25% на рік порівняно із СЕС із фіксованим кутом нахилу [18]. Оптимізація кута нахилу не лише сприяє підвищенню обсягів виробленої енергії, а й скорочує терміни окупності СЕС, що робить цей підхід економічно доцільним.

Ядав та Чандел здійснили дослідження з метою визначення оптимального кута нахилу (ОКН) сонячних панелей у населеному пункті Хамірпур (Індія) шляхом порівняльного аналізу різних моделей розрахунку дифузного сонячного випромінювання [19; 20]. Результати їхнього дослідження засвідчили, що модель є найбільш точною, оскільки похибка між прогнозованими

та експериментально отриманими значеннями сонячного випромінювання становила лише 4,5%. Такий високий рівень точності свідчить про надійність цієї моделі для оцінки сонячного випромінювання в даному регіоні.

Окрім того, встановлено, що для максимізації інсоляції азимутальний кут орієнтації сонячних панелей має становити від 10° до 20° . Додатково доведено, що встановлення сонячних панелей під кутом, який дорівнює географічній широті місця розташування, дає змогу підвищити ефективність перетворення сонячної енергії [21–24]. Ці результати свідчать про те, що застосування моделі Лю та Джордана у поєднанні з коригуванням азимутального кута та кута нахилу до рекомендованих значень забезпечує оптимальне функціонування сонячних енергетичних систем у Хамірпурі, сприяючи підвищенню ефективності генерації електроенергії.

Комплексна оцінка, проведена в межах дослідження, підкреслює важливість вибору точних моделей розрахунку та правильного орієнтування сонячних панелей для досягнення максимальної енергетичної віддачі. Упровадження оптимізованих параметрів налаштування дає змогу суттєво покращити показники роботи фотоелектричних систем, сприяючи підвищенню енергоефективності та сталому розвитку енергетичного сектору.

Формулювання мети статті. Метою дослідження є обґрунтування та розрахунок оптимального кута нахилу фотоелектричних панелей з урахуванням сезонних змін положення сонця та особливостей встановлення сонячних електростанцій.

Основна частина. Ефективність генерації електроенергії фотоелектричними модулями залежить не лише від щільності потоку сонячного випромінювання, а й від кута між сонцем і фотоелектричним модулем, тобто кута β . Коли кут β установлений так, що сонячні промені падають перпендикулярно на сонячну панель, щільність потоку максимальна, а отже, ефективність генерації енергії найвища. За зміни цього кута щільність потоку випромінювання, що падає на модуль, зменшується, оскільки частина випромінювання відбивається або не потрапляє на активну поверхню під потрібним кутом.

Розрахунок кута нахилу проведемо на прикладі міста Харків, яке розташоване за такими координатами: широта – 49.9946° , довгота – 36.2309° .

Цей приклад можна використати для будь-якої іншої локації для визначення оптимального кута нахилу сонячних панелей.

Для розрахунку інсоляції на сонячні панелі необхідно визначити основні сонячні кути, які показані на рис. 1.

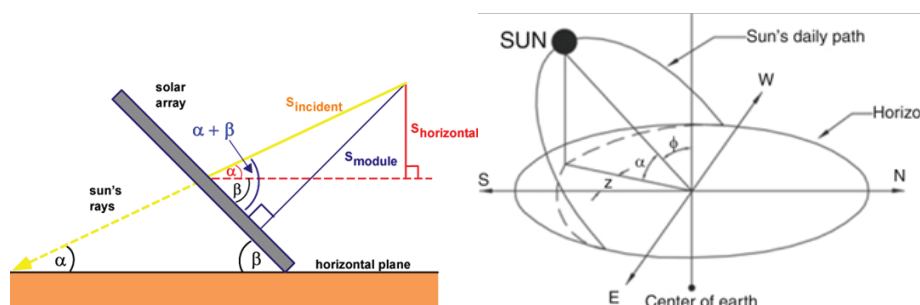


Рис. 1. Положення Сонця і сонячної панелі та основні кути

Кут нахилу сонячного модуля розраховується за формулою:

$$\beta = 90 - \alpha, \quad (6)$$

де α характеризує висоту сонця над горизонтальною площиною. У момент сходу Сонця цей кут становить 0° , тоді як у зенітному положенні він досягає 90° .

Далі, кут висоти для сонячного полудня:

$$\alpha = 90 - \varphi + \delta, \quad (7)$$

де φ – географічна широта місцевості, у нашому випадку $\varphi = 49.99$;

δ – кут нахилу сонця, тобто кут між екватором і уявною лінією, що з'єднує центр землі із центром сонця.

Нахил розраховується за формулою:

$$\delta = 23.45 \cdot \sin\left(\frac{360}{365}(284 + N)\right), \quad (8)$$

де N – номер дня.

Як приклад розглянемо розрахунок кута нахилу фотоелектричної панелі для січня:

$$\delta = 23.45 \cdot \sin\left(\frac{360}{365}(284 + 15)\right) = -21.269,$$

$$\alpha = 90 - 49.99 + (-21.269) = 18.74^{\circ},$$

$$\beta = 90 - 18.74 = 71.25^{\circ}.$$

Розрахунки за цілий рік наведено в табл. 1 та представлено на рис. 2–4 у вигляді графіків.

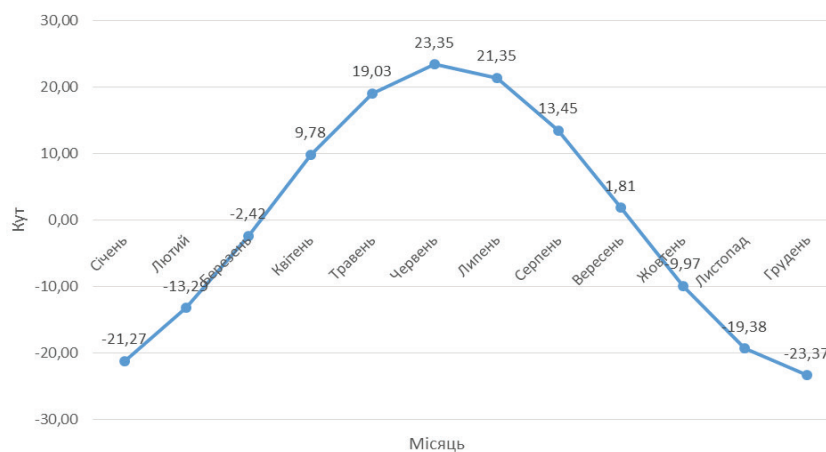


Рис. 2. Кут нахилу Сонця δ

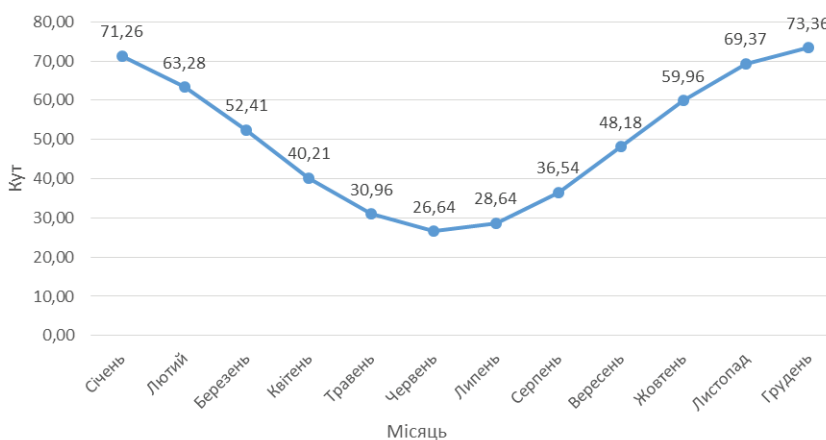


Рис. 3. Залежність кута нахилу сонячних панелей від місяця

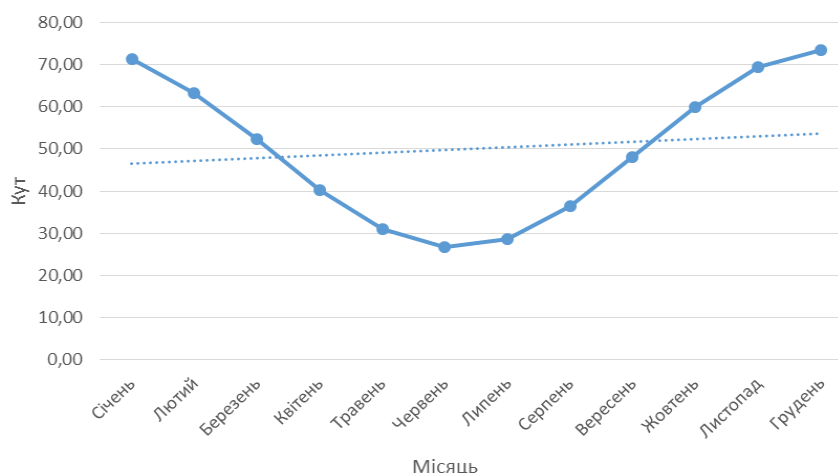


Рис. 4. Кут нахилу сонячної панелі

Таблиця 1

Оптимальний кут нахилу фотоелектричного модуля та кут нахилу сонця для кожного місяця

Місяць	N	α	δ	β
Jan	15	18,74	-21,27	71,26
Feb	46	26,72	-13,29	63,28
Mar	75	37,59	-2,42	52,41
Apr	106	49,79	9,78	40,21
May	136	59,04	19,03	30,96
June	167	63,36	23,35	26,64
July	197	61,36	21,35	28,64
Aug	228	53,46	13,45	36,54
Sep	259	41,82	1,81	48,18
Oct	289	30,04	-9,97	59,96
Nov	320	20,63	-19,38	69,37
Dec	350	16,64	-23,37	73,36

За результатами розрахунків виберемо середньорічне значення, для цього скористаємося формулою:

$$\beta_{year} = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} \beta_i, \quad (9)$$

де β_i – сума всіх кутів за рік:

$$\beta_{year} = \frac{1}{12} \cdot 600.78 = 50.07.$$

На основі результатів розрахунків ми визначили, що середній річний кут нахилу сонячних панелей становить для міста Харків приблизно $\beta = 50,07^\circ$. З урахуванням цього приймаємо кут нахилу $\beta = 50^\circ$. Цей кут забезпечить оптимальну ефективність сонячної електростанції протягом року з урахуванням змін сезонів.

Висновки. Результати досліджень показують, наскільки вагомим є вибір оптимального кута нахилу сонячних панелей залежно від пори року. Це один із найважливіших аспектів під час проєктування сонячних електростанцій, оскільки він впливає на ефективність виробництва сонячної енергії та допомагає зменшити викиди парникових газів.

На прикладі міста Харкова ми проаналізували зміни положення сонця та розраховали кути нахилу сонячних панелей для кожного місяця. Це дало змогу отримати середньорічний кут нахилу $\beta = 50^\circ$.

Отримані результати можна застосувати до інших локацій, вибравши відповідні координати для розрахунків. Це дасть змогу оптимізувати генерацію сонячної енергії, а також сприятиме ефективному використанню ресурсів та переходу на екологічно чисту генерацію енергії.

Список використаних джерел

1. Akhlaghi S. Study of sufficient number of optimal tilt angle adjustment to maximize residential solar panels yield. *2017 IEEE Power and Energy Conference at Illinois (PECI)*. Champaign, IL, USA, 2017. 1–5. <https://doi.org/10.1109/PECI.2017.7935747>
2. Yunus Khan T.M. Optimum location and influence of tilt angle on performance of solar PV panels. *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*. 2020. 141. 511–532. <https://doi.org/10.1007/s10973-019-09089-5>
3. Hua Y., He W., Liu P. Optimum tilt angles of solar panels: A case study for Gansu province, northwest China. *Applied Solar Energy*. 2020. 56. 388–396. <https://doi.org/10.3103/S0003701X20050060>
4. Portolan dos Santos I., Rüther R. Limitations in solar module azimuth and tilt angles in building integrated photovoltaics at low latitude tropical sites in Brazil. *Renewable Energy*. 2014. 63. 116–24. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2013.09.008>
5. Dyadenchuk A. Simulation of solar element characteristics based on porous silicon. *2022 IEEE 4th International Conference on Modern Electrical and Energy System (MEES)*. 2022. 1–4. <https://doi.org/10.1109/MEES58014.2022.10005773>
6. Optimal Tilt Angle Determination for PV Panels Using Real Time Data Acquisition. URL: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC7408049/> (дата звернення: 23.04.2025).
7. Rusheng T., Tong W.U. Optimum tilt angle for solar collectors used in China. *Applied Energy*. 2004. 79(3). 239–248. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2004.01.003>
8. Thakur V., Chandel S.S. Maximizing the solar gain of a grid-interactive solar photovoltaic power plant. *Energy Technology*. 2013. 1. 1–8. <https://doi.org/10.1002/ente.201300118>
9. Herrera-Romero J.V. Estimation of the optimum tilt angle of solar collectors in Coatzacoalcos Veracruz. *Renewable Energy*. 2020. 153. 615–623. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2020.02.045>
10. Halko S., Suprun O., Miroshnyk O. Influence of temperature on energy performance indicators of hybrid solar panels using cylindrical cogeneration photovoltaic modules. *2021 IEEE 2nd KhPI Week on Advanced Technology (KhPI Week)*, Kharkiv, Ukraine. 2021. 132–136. <https://doi.org/10.1109/KhPIWeek53812.2021.9569975>
11. Yadav P., Chandel S.S. Comparative analysis of diffused solar radiation models for optimum tilt angle determination for Indian locations. *Applied Solar Energy*. 2014. 50(1). 53–59. <https://doi.org/10.3103/S0003701X14010137>
12. Pandey C.K., Katiyar A.K. A comparative study of solar irradiation models on various inclined surfaces for India. *Applied Energy*. 2011. 88. 1455–1459. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2010.10.028>
13. Halko S., Halko K. Research of electrical and physical characteristics of the solar panel on the basis of cogeneration photoelectric modules. *Integración de las ciencias fundamentales y aplicadas en el paradigma de la sociedad post-industrial: Colección de documentos científicos «ΑΙΟΓΟΣ» con actas de la Conferencia Internacional Científica y Práctica*, 24 de abril de 2020. Barcelona, España: Plataforma Europea de la Ciencia. 2020. 2. 39–44
14. Savchenko O., Miroshnyk O., Moroz O., Trunova I., Sereda A., Dudnikov S., Kozlovskiy O., Buinyi R., Halko S. Improving the Efficiency of Solar Power Plants Based on Forecasting the Intensity of Solar Radiation Using Artificial Neural Networks. *2021 IEEE 2nd KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek)*, Kharkiv, Ukraine. 2021. 137–140. <https://doi.org/10.1109/KhPIWeek53812.2021.9570009>
15. Dudnikov S., et al. Methodological aspects of evaluating the effectiveness of using local energy systems with renewable sources. *E3S Web Conf.* 2020. 154. 07013. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202015407013>
16. Al Issa H.A., et al. Correct Cross-Section of Cable Screen in a Medium Voltage Collector Network with Isolated Neutral of a Wind Power Plant. *Energies*. 2021. 14. 3026. <https://doi.org/10.3390/en14113026>
17. Halko S., Halko K., Suprun O., Qawaqzeh M., Miroshnyk O. Mathematical Modelling of Cogeneration Photoelectric Module Parameters for Hybrid Solar Charging Power Stations of Electric Vehicles. *2022 IEEE 3rd KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek)*, Kharkiv, Ukraine. 2022 1–6. <https://doi.org/10.1109/KhPIWeek57572.2022.9916397>

18. Iegorov O., et al. A calculated determination and experimental refinement of the optimal value of the single-phase induction motor transformation ratio. *Energetika*. 2021. 67. 1–2. <https://doi.org/10.6001/energetika.v67i1.4483>
19. Komada P., et al. The incentive scheme for maintaining or improving power supply quality. *Przegląd Elektrotechniczny*. 2019. 95(5). 79–82. <https://doi.org/10.15199/48.2019.05.20>
20. Qawaqzeh M., Dudnikov S., Miroshnyk O., Moroz O., Savchenko O., Trunova I., Pazyi V., Danylchenko D., Halko S., Buinyi R. Development of algorithm for the operation of a combined power supply system with renewable sources. *2022 IEEE 3rd KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek)*, Kharkiv, Ukraine. 2022. 1–4. <https://doi.org/10.1109/KhPIWeek57572.2022.9916372>
21. Trunova I. The perfection of motivational model for improvement of power supply quality with using the one-way analysis of variance. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*. 2019. 6. 163–168. <https://doi.org/10.29202/nvngu/2019-6/24>
22. Guo M., Zang H.X., Gao S.Y., Chen T.J., Xiao J., Cheng L.X., Wei Z.N., Sun G.Q. Optimal tilt angle and orientation of photovoltaic modules using HS algorithm in different climates of China. *Appl. Sci.* 2017. 7. 1028. <https://doi.org/10.3390/app7101028>
23. Herrera-Romero J.V., Colorado-Garrido D., Escalante Soberanis M.A., Flota-Banuelos M. RETRACTED: Estimation of the optimum tilt angle of solar collectors in Coatzacoalcas, Veracruz, *Renewable Energy*. 2019. 153. 615–623.
24. Benghanem M. Optimization of tilt angle for solar panels: Case study for Madinah, Saudi Arabia. *Appl. Energy*. 2011. 88. 1427–1433.

Стаття надійшла до редакції 06.05.2025

R. Oksenysh¹, O. Miroshnyk¹, O. Moroz¹, S. Halko², S. Popadchenko¹

¹State Biotechnological University

²Dmytro Motornyi Tavria State Agrotechnological University

METHODOLOGY FOR CALCULATING THE TILT ANGLE OF PHOTOVOLTAIC PANELS

Summary

Electricity generation from solar power plants is growing significantly worldwide, so choosing the optimal tilt angle of photovoltaic modules is an important part of designing a solar power plant. This, in turn, affects the efficiency of solar energy production, while reducing greenhouse gas emissions and reducing dependence on exhaustible fuels used in traditional power plants. And it encourages the search for alternative methods of electricity production. Today, solar energy has become one of the most famous sources of electricity production. But it is worth remembering that the amount of energy generated by a photovoltaic panel directly depends on the amount of captured solar radiation. This issue is important for both home solar power plants and commercial solar power plants. During the day, the Sun is at different points in the sky. Moreover, depending on the season, it rises to different heights above the horizon. Of course, under such conditions, energy generation by solar panels is constantly changing. Therefore, it is important to determine the optimal tilt angle of solar panels to ensure the highest efficiency. Given that the angle of inclination of the photovoltaic panel can vary depending on the installation location.

In order for the solar panel to receive the most solar radiation during the day, it is necessary to first determine the orientation of the photovoltaic panels, and then determine the angle of inclination for which to make the appropriate calculations. Given that solar panels can generate the most energy when they are located directly towards the Sun. The optimal angle of solar noon is perpendicular to the sun's rays. The purpose of this study is to substantiate and calculate the optimal angle of inclination of photovoltaic panels, taking into account seasonal changes in the position of the Sun and the features of the installation of solar power plants. Since determining the correct angle of inclination of solar panels allows you to maximize the generation efficiency throughout the year for both home and commercial solar power plants.

Keywords: solar power plant, photovoltaic module, optimal tilt angle, renewable energy, solar insolation.