

DOI <https://doi.org/10.32782/2078-0877-2025-25-3-5>

УДК 631.37:621.313.13

І. О. Попова, канд. техн. наук, доцент

ORCID: 0000-0001-5429-8269

О. Ю. Вовк, доцент

ORCID: 0000-0003-0154-6972

*Таврійський державний агротехнологічний університет імені Дмитра Моторного*

e-mail: iryna.popova@tsatu.edu.ua

## ВПЛИВ НЕСИНУСОЇДНОЇ НАПРУГИ НА ЕНЕРГЕТИЧНІ ПОКАЗНИКИ ТРИФАЗНОГО ДИНАМІЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

*Анотація.* У статті проаналізовано вплив на трифазне динамічне навантаження несинусоїдної форми напруги живлення, оскільки сучасні системи керування трифазними симетричними навантаженнями використовують частотні перетворювачі, вентиляльні та частотно-керовані двигуни, що викликає в електричній живильній мережі вищі гармоніки напруги й струму. Показано вплив несинусоїдної форми напруги на енергетичні показники симетричних динамічних навантажень (асинхронних двигунів із короткозамкненим ротором), що викликають створення асинхронного обертового магнітного поля та додаткові втрати активної потужності в магнітопроводі динамічного навантаження, особливо у його роторі. Проведено аналіз дії вищих гармонік на механічну характеристику симетричного динамічного навантаження, на наявність у статорі електричних рушійних сил, що створюють на валу асинхронні обертові моменти у напрямку, зворотному основному напрямку обертання, залежно від номера гармоніки.

*Ключові слова:* вищі гармоніки, ряд Фур'є, коефіцієнт спотворення, коефіцієнт гармонічних складників, утрати електроенергії.

*Постановка проблеми.* У низьковольтних колах живлення напругою 0,4 кВ систем електропостачання пристроїв із нелінійними електричними навантаженнями має місце спотворення форм кривих напруги та струму [1, с. 862; 2, с. 425]. Сучасні системи керування симетричними динамічними навантаженнями застосовують частотні перетворювачі напруги, вентиляльні та частотно-керовані двигуни. При цьому в мережі живлення трифазного навантаження у їхніх струмах і напругах присутні вищі гармоніки (ВГ), які мають у трифазній системі пряму послідовність (1, 4, 7, 13 і т. ін.), зворотну послідовність (2, 5, 8, 11 і т. ін.) та нульову – це гармоніки кратні трьом [2, с. 428]. Але ізоляційні матеріали навантажень розраховані на роботу за визначеної якості електричної енергії: номінальної напруги, частоти, струму та ін. У паспортних даних обов'язково сказано про необхідний рівень якості електричної енергії у мережі, тому що в разі відхилення від цих показників у роботі електричного трифазного навантаження мають місце прискорений знос ізоляції обмоток, зменшення строку служби, погіршення продуктивності та збої у роботі [3, с. 68; 4, с. 184].

*Аналіз останніх досліджень.* ДСТУ 13109-97 «Електрична енергія. Сумісність технічних засобів електромагнітна. Норми якості електричної енергії в системах електропостачання загального призначення» визначає рівень якості електроенергії в мережі 0,4 кВ. Зі зростанням в агропромисловому комплексі та промисловості частки навантажень із нелінійною вольт-амперною характеристикою в мережах збільшується ймовірність роботи електротехнічних пристроїв в умовах несинусоїдності напруги [5, с. 14]. До електроприймачів, що погіршують показники якості електроенергії мережі 0,4 кВ, можна віднести як поодинокі потужні перетворювачі, так і групи побутових навантажень малої потужності, які в сукупності споживають значну електричну потужність [6, с. 21; 7, с. 2082]. Силові електронні пристрої регулювання частоти обертання симетричних динамічних навантажень є найбільшими джерелами гармо-



нік, це регульовані електроприводи та імпульсні джерела живлення. В електронних пристроях застосовуються діоди, кремнієві випрямлячі, силові транзистори, електронні перемикачі – переривники сигналів для управління електричною потужністю навантаження або перетворення змінного струму на постійний, трансформатори у режимі насичення феромагнітного магнітопроводу, які мають несинусоїдний струм намагнічування, циклоконвертори, що виконують функцію перетворювачів частоти, статичні компенсатори реактивної потужності, блоки частотного керування трифазними навантаженнями тощо [6, с. 22].

*Формулювання мети статті (постановка завдання).* Дослідити вплив несинусоїдності напруги живлення на енергетичні показники симетричного трифазного динамічного навантаження.

*Основні частини.* Несинусоїдними періодичними коливаннями вважають коливання, що є функцією часу, які відрізняються від закону синуса або косинуса та є періодичними, оскільки вони описуються періодичною функцією часу  $s(t)$  [8, с. 1248]. Функція  $s(t)$  розкладається в ряд Ейлера – Фур'є, тригонометрична форма запису цього ряду:

$$s(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_{mk} \cdot \cos(k\omega_1 t + \beta_k) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_{mk} \cdot \sin(k\omega_1 t + \varphi_k), \quad (1)$$

де  $A_0$  – постійний складник сигналу струму або напруги;

$A_{mk}$  – амплітуда (максимальне значення)  $k$ -ої гармоніки електричної величини;

$\varphi_k$  або  $\beta_k$  – початкова фаза  $k$ -ої гармоніки, рад (град),  $\varphi_k = \beta_k + 90^\circ$ ;

$\omega_1 = \frac{2\pi}{T}$  – кругова (кутова) частота першої гармоніки, рад/с;

$k$  – порядковий номер гармоніки.

Несинусоїдні криві струму  $i(t)$  та напруги  $u(t)$  в електричних мережах можна представити рядом Ейлера – Фур'є у вигляді:

$$i(t) = I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{mk} \cdot \sin(k\omega_1 t + \varphi_k), \quad (2)$$

де  $I_0$  – постійний складник сили струму, який завжди дорівнює нулю у промислових або побутових електричних мережах, А;

$I_{mk}$  та  $\varphi_k$  – амплітуда та початкова фаза  $k$ -ої гармонічного складника струму, А, рад (град);

$\omega$  – кругова (кутова) частота напруги (струму) мережі, рад/с [9, с. 627].

Як оцінку несинусоїдності напруги зі спектром гармонічних складників використовують:

– коефіцієнт гармонічних складників напруги:

$$k_{U_r} = \frac{U_1}{U} \cdot 100\% = \frac{U_1}{\sqrt{U_0^2 + U_1^2 + \dots + U_k^2}} \cdot 100\%, \quad (3)$$

де  $U_1$  – діюче значення напруги першої (основної) гармоніки, В;

$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + \dots + U_k^2}$  – діюче значення несинусоїдної напруги, В;

– коефіцієнти спотворення синусоїдності кривої напруги в низьковольтних мережах (до 1000 В) визначають за рівнянням:

$$k_{U_c} = \frac{\sqrt{U_2^2 + U_3^2 + \dots + U_k^2}}{U_1} \quad (4)$$

У разі коли напруга синусоїдної форми, коефіцієнт гармонічних складових  $k_{U_r}$  дорівнює одиниці, а коефіцієнт спотворення синусоїдності кривої напруги  $k_{U_c}$  дорівнює нулю, тому що вищі гармоніки (ВГ) у цьому разі відсутні, а згідно з ДСТУ він не повинен бути більше 0,05 (5%). В електричних мережах 0,4 кВ зі споживачами, що є нелінійними електричними навантаженнями, має місце значне спотворення форм кривих напруги. Коефіцієнт  $k_{U_c}$  у цих мере-



жах досягає 0,1–0,15 (10–15%), що перевищує вимоги ДСТУ у два-три рази, причому вищі гармонічні складники напруги в мережі представлені 5, 7, 11 і 13-ю гармоніками. У цьому разі в системі електропостачання виникають проблеми електромагнітної сумісності [10, с. 459]. В автономних електроенергетичних системах, які обмежені електричними потужностями трифазних коротких замикань, може виникати вібрація робочих машин за деяких режимів роботи симетричного динамічного трифазного навантаження.

Симетричним динамічним трифазним навантаженням (СДН) у колі 0,4 кВ є асинхронні трифазні двигуни з короткозамкненим ротором, у яких несинусоїдна напруга у фазах СДН викликає несинусоїдний фазний струм, несинусоїдність якого ще зумовлена кривою намагнічування сталевого магнітопроводу статора, у якому знаходиться обмотка. У цьому разі частота обертання магнітного поля, що створюється кожною ВГ напруги, прикладеною до затискачів, викликає у СДН магнітне поле, яке обертається з частотою

$$n_k = \frac{60 \cdot f_k}{p} = \left( \frac{60 \cdot f_1}{p} \right) \cdot k = k \cdot n_1, \quad (5)$$

де  $n_1$  – синхронна кутова швидкість магнітного поля СДН, зумовлена основною (першою) гармонікою, об/хв;

$p$  – кількість пар полюсів СДН;

$f_1 = 50$  Гц – частота напруги основної (першої) гармоніки, Гц;  $f_k = k \cdot f_1$ ,  $k = 1$ ;

$f_k$  – частота  $k$ -ї гармоніки, Гц.  $f_k = k \cdot f_1$ .

Від номера ВГ струму залежить напрям обертання магнітного поля, створеного нею: п'ята і одинадцята ВГ (гармоніки зворотної послідовності) магнітного поля обертаються в протилежну сторону, від напрямку обертання основного магнітного поля (першої гармоніки), а сьома і тринадцята ВГ (прямої послідовності) магнітного поля обертаються з основним магнітним полем згідно з [11, с. 280]. У цьому разі в системі електропостачання виникає проблема електромагнітної сумісності технічних засобів та з'являється вібрація СДН. Гармоніки напруги та струму кратні трьом створюють пульсуюче поле.

Робота СДН за несинусоїдної напруги викликає погіршення енергетичних показників та додаткові втрати активної потужності від ВГ струму в колах статора і ротора. Ці втрати можна визначити за формулою

$$\Delta P_{СДН_k} = \Delta P_{м.н} \cdot \sum_{i=2}^k k_{\alpha,k} \approx 0,2 \cdot \Delta P_{ном} \cdot \sum_{i=2}^k k_{\alpha,k}, \quad (6)$$

де  $\Delta P_{м.н}$  – номінальні втрати потужності в обмотці статора, Вт;

$\Delta P_{ном}$  – сумарні номінальні втрати СДН, Вт;

$k_{\alpha,k}$  – додатковий коефіцієнт, що враховує зростання втрат в обмотці від  $k$ -гармоніки.

Розрахунок додаткових втрат за формулою (6) від дії на СДН 5, 7, 11 і 13 ВГ показує, що  $\Delta P_{СДН}$  становить приблизно,  $0,4 \cdot \Delta P_{ном}$ , причому втрати в частинах СДН: фази статора – 14%, коло ротора – 41%, торцеві зони фаз – 19%, асиметричні пульсації магнітних полів – 26%. Таким чином, найбільші втрати спостерігаються в роторі, від ВГ більшою мірою перегріваються обмотка і магнітопровід ротора СДН. Слід відзначити, що магнітні втрати невеликі, оскільки амплітуди ВГ магнітного поля малі. Відносне значення магнітного потоку  $k$ -ї гармоніки  $\Phi_{km}$  порівняно з магнітним потоком основної гармоніки  $\Phi_{1m}$ , якщо урахувати, що ЕРС статора  $E_k \approx 0,5 U_k$ , становитиме

$$\frac{\Phi_{km}}{\Phi_{1m}} \approx \frac{E_k \cdot f_1}{U_1 \cdot f_k} \approx 0,5 \cdot \left( \frac{U_k}{U_1} \right) \cdot \left( \frac{f_1}{f_k} \right). \quad (7)$$

Активні втрати у магнітопроводі можна оцінити співвідношенням

$$\frac{\Delta P_{m,k}}{\Delta P_{m,1}} = \frac{0,25}{k^2 \cdot \sqrt{k}}, \quad (8)$$

де  $P_{l,k}$ ,  $P_{m,k}$  – відповідні втрати електроенергії у магнітопроводі, від 1-ї і  $k$ -ї гармонік магнітного потоку, Вт.

Розрахунок додаткових утрат електроенергії від впливу ВГ у колах статора і ротора за рівнянням (6) і у магнітопроводі СДН показує, що втрати невеликі, наприклад: від 5-ї гармоніки становить 0,5% від утрат 1-ї гармоніки, від 7-ї – 0,2%, від 11-ї – 0,1%, але ці втрати сприяють підвищенню температури ізоляції обмоток СДН.

Обертальний і гальмівний моменти від дії ВГ, що називають додатковими моментами у СДН, за своєю природою аналогічні основному електромагнітному моменту, лише пов'язані із взаємодією вищих гармонік магнітного поля статора зі струмами, що індукуються ними в обмотках ротора. Електромагнітний момент від дії ВГ можна приблизно розрахувати, якщо прийняти  $S_k \approx 1$  (момент пуску  $M_n$ ) за виразом [11, с. 283]:

$$M_k \approx \frac{M_n}{k^4}. \quad (9)$$

Вищі гармоніки в СДН викликають не лише зміни механічних характеристик, а й додаткові теплові втрати в усіх частинах СДН.

Результуючий електромагнітний момент з урахуванням номера знаходиться як:

$$M = M_1 + M_5 + M_7. \quad (10)$$

Електромагнітні моменти, створені ВГ, спотворюють криву основного електромагнітного моменту СДН, найбільше спотворення спостерігається в зоні малих швидкостей обертання СДН, де додаткові моменти, пов'язані з ВГ, максимальні. Найбільшу небезпеку ВГ викликають у разі короткозамкненої обмотки ротора, оскільки опір стрижнів і ділянок кілець дуже малий, а струми вищих гармонік значні, викликають вібрації ротора.

ВГ у СДН викликають коливальні моменти. Причиною їх є взаємодії струмів одних частот із магнітними потоками інших частот, що викликає знакозмінні моменти, частота яких значно вище основної частоти. Загальна кількість коливальних моментів дуже велика, оскільки взаємодія виникає між усіма гармоніками. Амплітуди коливальних моментів СДН не залежать від величини навантаження на валу СДН, водночас основний електромагнітний момент залежить від статичного моменту на валу. Унаслідок цього за незначного коефіцієнта завантаження, близького до холостого ходу, амплітуда деяких коливальних моментів може перевершити величину основного електромагнітного моменту СДН, що викликає нерівномірність обертання ротора, особливо за малих частот обертання.

#### Висновки.

1. Наявність ВГ призводить до незатухаючих коливальних процесів моменту на валу, частоти обертання ротора, вібрації СДН та втрат потужності.
2. Електромагнітні моменти від ВГ найбільше спотворюють криву основного електромагнітного моменту СДН у зоні малих швидкостей обертання СДН.
3. За невеликого навантаження на валу СДН, близько до холостого ходу, амплітуда коливального моменту може перевищити величину основного електромагнітного моменту СДН, що може спричинити вібрацію.

#### Список використаних джерел

1. Du X., Liu Y., Wang G., Sun P., Tai H.-M., Zhou L. Three-phase grid voltage synchronization using sinusoidal amplitude integrator in synchronous reference frame. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 64, pp. 861–872, January 2015.



2. Wagner E. Vanço, Fernando B. Silva, José M.M. de Oliveira, José R. B. Almeida Monteiro Effects of harmonic pollution on salient pole synchronous generators and on induction generators operating in parallel in isolated systems. *Mathematics and Computers in Simulation*. Vol. 71, pp. 425–432, March 2020. DOI: <https://doi.org/10.1002/2050-7038.12359>.
3. Вовк О.Ю., Попова І.О. Покращення роботи симетричного трифазного навантаження за несиметрії живильних напруг. *Праці Таврійського державного агротехнологічного університету імені Дмитра Моторного*. 2025. № 25(1). С. 64–72. DOI: 10.32782/2078-0877-2025-25-1-8.
4. Попова І.О., Квітка С.О., Вовк О.Ю. Дослідження несиметричного режиму на роботу динамічного індуктивного навантаження. *Праці Таврійського державного агротехнологічного університету*. 2023. Вип. 23. Т. 1. С. 179–187. DOI: 10.31388/2078-0877-2023-23-1-179-187.
5. ДСТУ EN 50160:2014 Характеристики напруги електропостачання в електричних мережах загального призначення. Київ : Мінекономрозвитку України, 2014. 36 с.
6. Кононов Б.Т., Куравська Н.М. Вплив вищих гармонік на роботу дугостаторного асинхронного двигуна з короткозамкненим ротором. *Системи управління, навігації та зв'язку*. 2016. Вип. 4(40). С. 21–23. URL: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/suntz\\_2016\\_4\\_8](http://nbuv.gov.ua/UJRN/suntz_2016_4_8)
7. Schael M., Sourkounis C. Influences of power supply quality on electric equipment in production processes. *IECON 2013/39th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, Vienna, Austria*. 2013. P. 2081–2086. DOI: <https://doi.org/10.1109/IECON.2013.6699452>.
8. Omar Sh. Al-Yozbaky Ye., Kadir Z. Influence of non-sinusoidal power supply on the performance of a single-phase capacitor induction motor. *Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science* 25(3):1246, 2022 DOI: 10.11591/ijeecs.v25.i3.pp.1246-1257.
9. K. Wubin, G. Haifeng, T. Guangdi, Zh. Zhixian Optimized Non-sinusoidal Power Supply in High-Power Multiphase Induction Motor Drive Based on Harmonic Parameter Analysis. *Journal of Electrical Engineering & Technology, Volume 15, Issue 6, 2020*. p. 627–638. DOI: 10.1007/s42835-020-00530-6.
10. Ivanov K., Velev G., Yankov P., Kartselin E., Minekov N. Parameters of current harmonic components in the industry, *Proceedings of International Scientific Conference UNITECH 2018, November 2018, Gabrovo*. P. 459–461.
11. Koziorowska A., Kuryło K., Bartman J., Harmoniczne napięcia i prądu generowane przez nowoczesne napędy stosowane w kopalniach kruszywa, *Przegląd Elektrotechniczny*, 2010, nr 6, 279–284.

Стаття надійшла до редакції 15.09.2025

Стаття прийнята 11.10.2025

Статтю опубліковано 25.11.2025



**I. Popova, O. Vovk**

*Dmytro Motornyi Tavria State Agrotechnological University*

## RESEARCH ON THE INFLUENCE OF NON-SINUSOIDAL VOLTAGE ON SYMMETRICAL THREE-PHASE DYNAMIC LOAD

### *Summary*

The paper analyzes the operation of a three-phase dynamic load with a non-sinusoidal form of voltage, because modern electric drive control systems use frequency converters, valve and frequency-controlled motors, which causes higher harmonic components in the motor power supply network in their nonlinear currents and voltages, and in the work of consumers of electric energy, in the passport data, electricity supply with the required level of quality of electric energy is stipulated. Otherwise, the operation of the electrical consumer is accompanied by a decrease in efficiency, accelerated wear, and malfunctions. In connection with the high growth of the share of non-linear loads in electrical networks, the probability of operation of electro technical complexes and systems in non-sinusoidal voltage regimes is increasing. Electronic loads use diodes, silicon rectifiers, power transistors and other electronic switches. The article examines the influence of non-sinusoidal voltage on a three-phase dynamic load (an induction motor with a short-circuited rotor) as an electromechanical converter. In the 0.4 kV electrical networks of power supply systems of facilities with non-linear electrical loads, there is a significant distortion of the forms of



the voltage curves. The coefficients of sinusoidal distortion of phase voltage curves in these systems reach 0.1–0.15 (10–15%) and exceed the requirements of DSTU. The effect of higher harmonics on mechanical characteristics is analyzed: the appearance of driving forces in the stator, which create torques on the shaft in the direction of rotor rotation or in the opposite direction, depending on the number of harmonics.

**Keywords:** higher harmonics, asynchronous motor, electromechanical converter, Fourier series, distortion coefficient, coefficient of harmonic components.