**DOI https://doi.org/10.32782/2078-0877-2026-26-2-2**
УДК 621.313:621.314.1:519.87

П. Є. Михаліченко, д-р техн. наук ORCID: 0000-0002-2680-140X
Є. Ю. Маркова, д-р екон. наук ORCID: 0000-0001-7818-0644
М. М. Марков, інженер ORCID: 0009-0001-2859-8425
*Херсонський навчально-науковий інститут*
*Національного університету кораблебудування імені адмірала Макарова*
e-mail: pahamihali4@gmail.com

# СИНТЕЗ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ТЯГОВОГО ЕЛЕКТРОПРИВОДУ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ З НЕЛІНІЙНИМИ ЕЛЕМЕНТАМИ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ АВАРІЙНИХ РЕЖИМІВ

*Анотація*. У статті розглянуто синтез математичної моделі тягового електроприводу постійного струму з урахуванням нелінійних елементів для дослідження аварійних режимів системи електричної тяги. Обґрунтовано необхідність врахування магнітної нелінійності, вихрових струмів та температурної залежності параметрів при аналізі електромагнітних перехідних процесів. Запропоновано еквівалентну схему заміщення з додатковим короткозамкненим контуром, що моделює дію вихрових струмів.

Проаналізовано умови виникнення генераторного режиму при порушенні балансу між напругою живлення та внутрішньою ЕРС. Встановлено вплив швидкості зміни напруги та параметрів магнітної системи на характер перехідних процесів.

Отримані результати можуть бути використані для підвищення точності моделювання аварійних режимів та вдосконалення систем захисту тягових електроприводів.

*Ключові слова*: електропривод постійного струму, нелінійність, математична модель, перехідні процеси, аварійний режим, генераторний струм, коротке замикання, магнітна характеристика, еквівалентна схема заміщення, електромагнітні процеси.

*Постановка проблеми*. Тяговий електропривід постійного струму є складною електромеханічною системою, тісно пов’язаною з тяговою мережею, що зумовлює взаємний вплив електромагнітних процесів у системі «електропривід – електропостачання». У нормальних режимах ці процеси мають усталений характер, однак в аварійних ситуаціях, зокрема при коротких замиканнях та різких змінах напруги, виникають інтенсивні перехідні процеси, що супроводжуються значними струмами та електродинамічними навантаженнями.

Існуючі підходи до аналізу таких режимів переважно базуються на спрощених математичних моделях, які не враховують у повному обсязі нелінійні властивості магнітної системи тягових електродвигунів, вплив вихрових струмів та температурну залежність параметрів. Це призводить до недостатньої точності розрахунків і обмежує можливості адекватного прогнозування аварійних процесів.

Особливу складність становить дослідження генераторних режимів, що можуть виникати внаслідок порушення балансу між напругою живлення та внутрішньою електрорушійною силою двигунів у перехідних умовах. Такі режими є потенційно небезпечними, оскільки електропривід може виступати джерелом додаткової енергії в зоні пошкодження.

Таким чином, актуальною науково-технічною проблемою є розробка уточнених математичних моделей тягового електроприводу постійного струму, які дозволяють комплексно враховувати нелінійні фактори та забезпечують підвищення точності аналізу електромагнітних перехідних процесів в аварійних режимах.

*Аналіз останніх досліджень і публікацій*. Питання математичного моделювання тягового електроприводу та електромагнітних перехідних процесів у системах електричної тяги розглядалися у низці наукових праць. У роботі [1] наведено загальні підходи до математичного моделювання динаміки електровозів, однак електрорухомий склад здебільшого подано у спрощеному вигляді, що не дозволяє повною мірою врахувати складні аварійні електромагнітні процеси в тяговій мережі постійного струму.

Значний внесок у дослідження аварійних режимів силових кіл електровозів ДЕ1 зроблено у праці [2], де розглянуто перехідні електромагнітні процеси та запропоновано підходи до підвищення ефективності роботи систем захисту. Особливу увагу приділено врахуванню нелінійних властивостей тягових електродвигунів, впливу вихрових струмів і параметрів магнітної системи. Саме ці положення є важливою теоретичною основою для подальшого синтезу уточнених математичних моделей тягового електроприводу.

Технічні характеристики тягових електродвигунів постійного струму типів ЕД141У1 та ЕД141АУ1 наведено у нормативно-технічній документації [3], а результати їх кваліфікаційних випробувань подано у протоколі [4]. Ці джерела є базовими для визначення паспортних параметрів двигунів, необхідних під час побудови схем заміщення та розрахунку аварійних режимів. Особливості силового кола електровоза ДЕ1, схеми з'єднання тягових двигунів і режими експлуатації наведено в керівництві з експлуатації [5].

Теоретичні основи роботи тягових електричних машин, зокрема процеси електромеханічного перетворення енергії, формування електромагнітного моменту та вплив магнітного насичення, розглянуто у класичній праці [6]. Проте в цій роботі недостатньо деталізовано питання аварійних генераторних режимів, які виникають у системі електричної тяги під час коротких замикань та різких спадів напруги.

У працях [7, 8] досліджено явище виникнення генераторних струмів електрорухомого складу в аварійних режимах тягової мережі. Показано, що такі струми можуть виникати не лише під час рекуперативного гальмування, а й у режимах короткого замикання та стрибкоподібного зниження напруги на струмоприймачі. У роботі [8] зазначено, що генераторні струми в аварійних режимах є небезпечними, оскільки тягові двигуни можуть підживлювати місце короткого замикання, збільшуючи енергію аварійного процесу.

Методики розрахунку струмів короткого замикання у тягових електроприводах розглянуто також у праці [9], де основну увагу приділено трифазним асинхронним тяговим двигунам у системах частотно-регульованого електропривода. Незважаючи на відмінність типу електропривода, дана робота є важливою з погляду розвитку аналітичних підходів до розрахунку аварійних струмів у тягових системах.

У роботі [10] досліджено вплив режиму короткого замикання в тяговій мережі постійного струму на перехідні електромагнітні процеси в електрорухомому складі. Встановлено, що характер зміни напруги живлення, параметри тягової мережі, схема живлення фідерної зони та електромагнітний стан тягових двигунів істотно впливають на умови виникнення генераторних струмів.

Отже, аналіз наукових джерел свідчить, що наявні дослідження створюють достатню теоретичну базу для вивчення аварійних режимів тягового електроприводу постійного струму. Водночас питання синтезу математичної моделі з урахуванням нелінійних характеристик тягового двигуна, вихрових струмів, температурної залежності параметрів обмоток і різних схем з'єднання тягових двигунів потребує подальшого розвитку. Саме це визначає актуальність подальшого дослідження та необхідність побудови уточненої математичної моделі тягового електроприводу постійного струму для аналізу аварійних режимів.

*Формування мети статті (постановка завдання).* Метою даної роботи є розробка та синтез узагальненої математичної моделі тягового електроприводу постійного струму з урахуванням

нелінійних характеристик тягового електродвигуна, впливу вихрових струмів, температурної залежності параметрів обмоток і різних схем з'єднання тягових двигунів для дослідження електромагнітних перехідних процесів в аварійних режимах роботи системи електричної тяги.

Досягнення поставленої мети передбачає визначення умов виникнення генераторних режимів, аналіз впливу параметрів тягової мережі та електроприводу на характер і амплітуду перехідних процесів, а також підвищення точності їх моделювання з метою удосконалення методів розрахунку аварійних режимів і підвищення ефективності систем захисту силових кіл електрорухомого складу.

*Основна частина*. Синтез схеми заміщення електрорухомого складу та значення параметрів їх елементів.

Більшість науковців в своїх математичних моделях представляли електропривод електрорухомого складу, що рухається по фідерній зоні, у вигляді ідеального джерела струму. Моделювання було виконано в аналітичній формі, проте отримані часові залежності перехідних електричних величин не відображали в повній мірі процеси в системі електричної тяги постійного струму. Тому для описання процесів, які відбуваються в ЕРС автором за основу було обрано схему заміщення групи ТЕД (рис. 1), розглядувану в роботі [2].

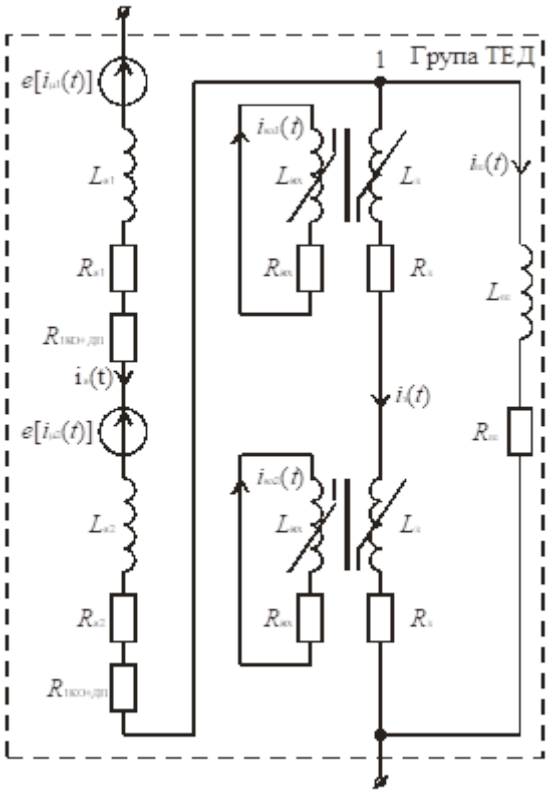



**Рис. 1. Схема заміщення групи тягових електричних двигунів.**

Схема заміщення на рис. 1 включає наступні елементи: $R_я$ – активний опір обмотки якоря; $L_я$ – індуктивність обмотки якоря (прийнята лінійною); $R_{ко+дп}$ – активний опір компенсаційної обмотки та додаткових полюсів; $R_з$ – активний опір обмотки збудження (ОЗ); $L_з$ – індуктивність ОЗ (при $I = I_{ном}$); $R_ш$ – активний опір індуктивного шунта (визначається степеню послаблення збудження (ПЗ)); $L_ш$ – індуктивність індуктивного шунта.

Для дослідження електромагнітних процесів в даній роботі автором було обрано існуючий електрорухомий склад з подібними за конструктивним виконанням: восьмивісні з двигунами

постійного струму послідовного збудження. Вибір саме цього рухомого складу було обумовлено найбільш широким його використанням на залізницях постійного струму України для вантажних перевезень.

Значення основних характеристик електровозів постійного струму Українського виробництва ДЕ1, а також вищезазначених параметрів тягових електродвигунів здійснювалося за наступними літературними джерелами [3–5].

Суттєвий демпферуючий вплив на електромагнітні процеси в ТЕД чинять вихрові струми, викликані зміною магнітного потоку, яка відбувається в нестаціонарних режимах. Згідно роботи [6], величина цих струмів пропорційна абсолютному значенню, а також швидкості зміни основного потоку $i_{\text{вхр}} \sim \Phi \cdot \frac{d\Phi}{dt}$. У режимі послаблення збудження на характер зміни $\Phi(t)$ впливає і струм $i_{\text{ш}}(t)$ у вітці шунтування електричного двигуна. Існують різні підходи по врахуванню вихрових струмів, їх докладний аналіз приведено в роботі [2].

Найбільш точним і одночасно простим шляхом врахування вихрових струмів при розрахунках електромагнітних перехідних процесів є метод еквівалентної заміни дії всіх гармонік вихрових струмів одним короткозамкненим контуром, що магнітнозв'язаний з обмоткою збудження електричного двигуна через магнітопровід. Еквівалентний опір короткозамкненого контуру вихрових струмів має різний характер при зміні магнітного поля $\Phi(t)$ двигуна у напрямку зростання і зменшення. Активний опір контуру вихрових струмів у період загасання і зростання магнітного потоку $R_{\text{вхр}}^{\text{зг}}$ $R_{\text{вхр}}^{\text{зр}}$, визначається за виразами 1, 2 [2]:

$$R_{\text{вхр}}^{\text{зг}} = \frac{14{,}68 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{1 - \text{e}^{\left(-\frac{1{,}5 \cdot t}{0{,}1254}\right)}}}, \tag{1}$$

$$R_{\text{вхр}}^{\text{зр}} = \frac{8{,}29 \cdot 10^{-3}}{1 - \text{e}^{\left(-\frac{t}{0{,}0118}\right)}}. \tag{2}$$

Таким чином, еквівалентну схему заміщення електричного двигуна можна зобразити у вигляді рис. 2 [2], де Ф і $\Phi_{\text{вхр}}$ – основний магнітний потік і магнітний потік, створений вихровими струмами; $w_{\text{з}}$ – кількість витків обмотки збудження; $w_{\text{вхр}}$ – кількість витків короткозамкненого контуру, еквівалентного вихровим струмам; $\Phi_{\text{s з}}$ і $\Phi_{\text{s вхр}}$ – магнітні потоки розсіяння відповідно обмотки збудження і короткозамкненого контуру.

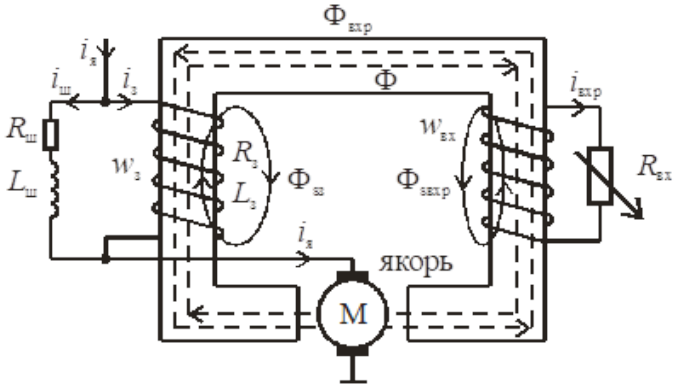



**Рис. 2. Схема заміщення тягового електродвигуна [2]**

Для дослідження перехідних електромагнітних процесів в системі електричної тяги активні опори обмоток електричних двигунів були перераховані з врахуванням нагріву. Температура

нагрітої («гарячої») обмотки (робоча температура тягового електродвигуна), приймається рівною +115 °С.

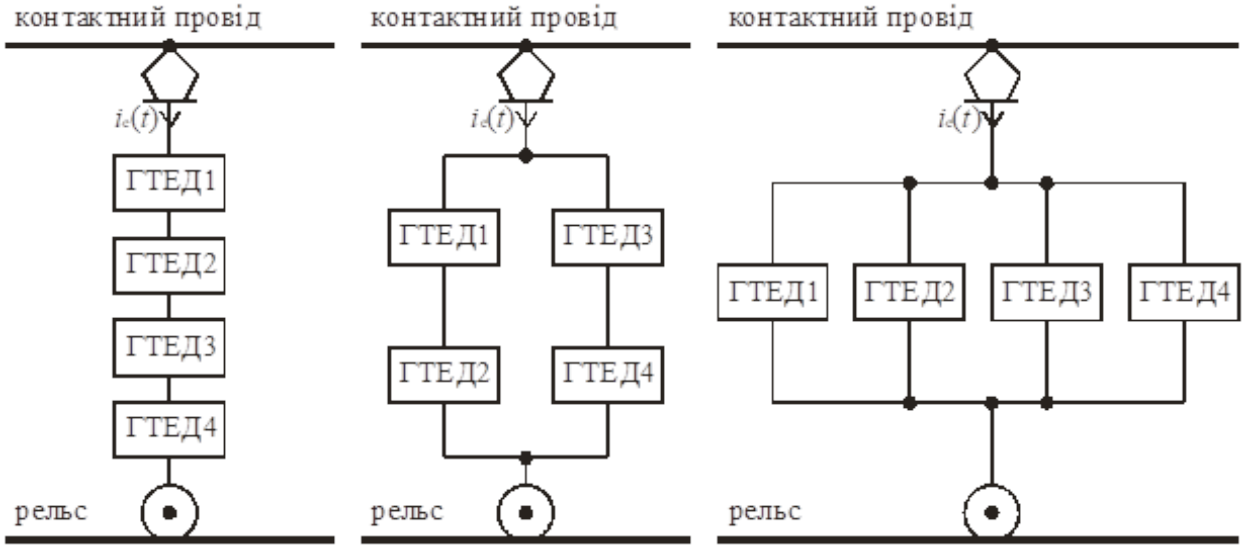
Залежність проти – е.р.с. $e(i_з)$ якоря електричного двигуна, як відомо, є величиною пропорційною основному магнітному потоку:

$$e(t) = e(i_з(t)) = C_w \cdot \omega \cdot \Phi(i_з(t)), \quad (3)$$

де $\Phi(i_з(t))$ – основна крива намагнічення магнітопровода електричного двигуна, що апроксимована поліномом шостого порядку:

$$\Phi(i_з) = a + b \cdot i_з + c \cdot i_з^2 + d \cdot i_з^3 + e \cdot i_з^4 + f \cdot i_з^5 + k \cdot i_з^6. \quad (4)$$

Величину швидкості руху електровозу, а відповідно і кутова частота ω обертання валу тягового електродвигуна, в залежності від струму якоря визначали за швидкісними характеристиками. Силова схема електровозу визначається режимом його ведення, тобто, саме позицією головного контролера. Як відомо, може бути послідовне з'єднання тягових двигунів в електроприводі – «С»-з'єднання, послідовно-паралельне – «СП»-з'єднання; паралельне – «П»-з'єднання (рис. 3).




*а*) *б*) *в*)

**Рис. 3. Схеми з'єднання силового кола ЕРС: *а*) «С»-з'єднання; *б*) «СП»-з'єднання; *в*) «П»-з'єднання; ГТЕД – група тягових двигунів**

У подальшому виконання поставленої задачі, тобто, розрахунки і аналіз перехідних електромагнітних процесів в розглядуваних режимах методом математичного моделювання, передбачає розробку і складання математичних моделей процесів, що протікають в системі електричної тяги; при цьому прийняті такі припущення: температура повітря навколишнього середовища складає +20 ºС; розглянуті вище параметри усіх тягових електричних двигунів, механічна складова тягового електроприводу мають однакові значення і відповідають паспортним даним; швидкість руху електроприводу постійного струму в період перехідного процесу залишається незмінною, і в $\approx 10^3$ разів менше швидкості протікання електромагнітних перехідних процесів; рух потягу здійснюється на прямолінійній ($R_{кр} = \infty$) горизонтальній ділянці з $i = 0\,‰$; перехідний процес в паралельно увімкнених ТЕД протікають синхронно; ємність елементів силового кола не враховується.

*Теоретичні передпосилки і причини виникнення генераторних струмів.*

Генераторні струми в електроприводу постійного струму, а отже і в усій системі електротяги, можуть створюватись не лише спеціальним нормальним режимом рекуперативного гальмування, але й в аварійних режимах, які виникають в тяговій мережі, а саме [7]: при КЗ і різких експлуатаційних технологічних коливаннях напруги живлення $U_е$ на струмоприймачі, точніше при стрибкоподібних поштовхах-спадах $\Delta U_е$ цієї напруги. Обидва зазначені режими (і КЗ, і поштовхи-спади) найбільш часті в існуючій системі електричної тяги постійного струму складні за протіканням і тому малодосліджені.

На відміну від користі генераторних струмів рекуперативного гальмування генераторні струми аварійних режимів є не лише некорисними, а навіть небезпечними. Тягові двигуни в генераторному режимі являють собою джерело електроенергії (джерело струму), що підживлює місце короткого замикання й тим самим робить його більш енергонебезпечним.

У порівнянні з тяговими струмами генераторні струми, що виникають в елементах системи, є більш рідкісним явищем. Насамперед, вони створюються спеціальним режимом рекуперативного гальмування, але ми в цій серії статей їх не розглядаємо, далі мова буде йти про аварійні генераторні режими.

Вплив аварійних генераторних струмів на тягову мережу найбільш повно приведена в роботі [8] автора.

Для аналізу механізму виникнення генераторних струмів розглянемо, наприклад, електричну схему заміщення однієї групи тягових двигунів (рис. 1). Для неї у режимі повного збудження справедливим є рівняння [9]:

$$2\left(R_я + R_з\right)\cdot i_я\left(t\right) + 2L_я\frac{di_я}{dt} + 2\cdot 2p\cdot\sigma_з\cdot w_з\frac{d\Phi}{dt} + 2\cdot e\left(t\right) = u_е\left(t\right), \tag{5}$$

де $u_е\left(t\right)$ – напруга живлення на струмоприймачі (при «П»-з'єднанні силового кола);

$2p\cdot\sigma_з\cdot w_з\frac{d\Phi}{dt}$ – е.р.с. самоіндукції обмотки збудження.

Позначимо другий, третій та четвертий доданки в лівій частині рівняння (2) як $e_г(t)$ і назвемо результуючою генераторною е.р.с., тоді струм електровоза $i_е(t)$ можна записати як:

$$i_е\left(t\right) = \frac{u_е\left(t\right) - e_г\left(t\right)}{2\left(R_я + R_з\right)}. \tag{6}$$

Під час певних перехідних режимів напруга на струмоприймачі електровоза $u_е(t)$ та його струм $i_е(t)$ змінюються в часі, що призводить до порушення рівноваги роботи й тим самим переходу електричного двигуна у режимі генерації:

$$e_г\left(t\right) = 0,5u_е\left(t\right) + \left(R_я + R_з\right)\cdot i_г\left(t\right) + L_я\frac{di_е}{dt} + 2p\cdot\sigma_з\cdot w_з\frac{d\Phi}{dt} + 2\cdot e\left(t\right). \tag{7}$$

Із (3) випливає, що струм в електровозі, змінить знак на від'ємний, тобто стане генераторним, у випадку, коли генераторна е.р.с. $e_г(t)$ перевищить напругу на струмоприймачі $u_е\left(t\right)$ електровоза, тобто при умові:

$$u_е\left(t\right) < e_г\left(t\right). \tag{8}$$

Отже, якщо в нормальному тяговому режимі $u_е(t) > e_г(t)$, то щоб виконалась умова (4), й тим самим здійснився генераторний режим потрібно різке зменшення за якихось причин напруги $u_е(t)$ або збільшення $e_г(t)$ [10]. Тобто напруга $u_е(t)$ повинна знижуватися швидше, ніж $\Phi(t)$ і, отже, $e_г(t)$. Проаналізуємо ці можливі причини.

Напруга на струмоприймачі $u_e(t)$ може зменшитись за таких причин. Перша – в результаті звичайних експлуатаційних технологічних коливань. Як показують статистичні дослідження, такі коливання спостерігаються в межах 2230…3990 В. Загалом ці коливання відбуваються з невеликою частотою, десь до 1 Гц. Однак під час цих коливань можливі і стрибкоподібні (поштовхом) зміни напруги $u_e(t)$. Наприклад, з імовірністю 0,8 спостерігаються поштовхи-спади напруги $\Delta U_e$ від 209 до 861 В в. Певно, при таких різких спадах напруги в тяговій мережі електричний двигун тягового електроприводу переходить в генераторний режим.

Напруга на струмоприймачі $u_e(t)$ може зменшитись, причому різко, у режимі короткого замикання, що випливає із такого простого рівняння:

$$U_e = E_{тп} - i_к \cdot R_{тм} = E_{тп} - i_к \cdot R_{отм} \cdot l_{ек}, \quad (9)$$

де $E_{тп}$ – е.р.с. тягової підстанції;

$i_{кз}$ – струм короткого замикання;

$R_{отм}$ – питомий опір кола живлення електроприводу (Ом/км);

$l_{ек}$ – відстань, на якій знаходиться електровоз від місця КЗ.

Із (5) випливає, що зі збільшенням $l_{ек}$ збільшується спад напруги в проводах мережі, зокрема на ділянках «ек» (рис. 4), й тим самим зменшується $U_e$. Тобто, $U_e$ в режимі короткого замикання залежить від місця розташування електровозу і схеми живлення тягової мережі. І зрозуміло, що «необхідне» для генераторного режиму $U_e$ буде лише у випадку достатньої величини спаду напруги в мережі, тобто, достатньому значенні спаду напруги $i_к \cdot R_{отм} \cdot l_{ек}$.

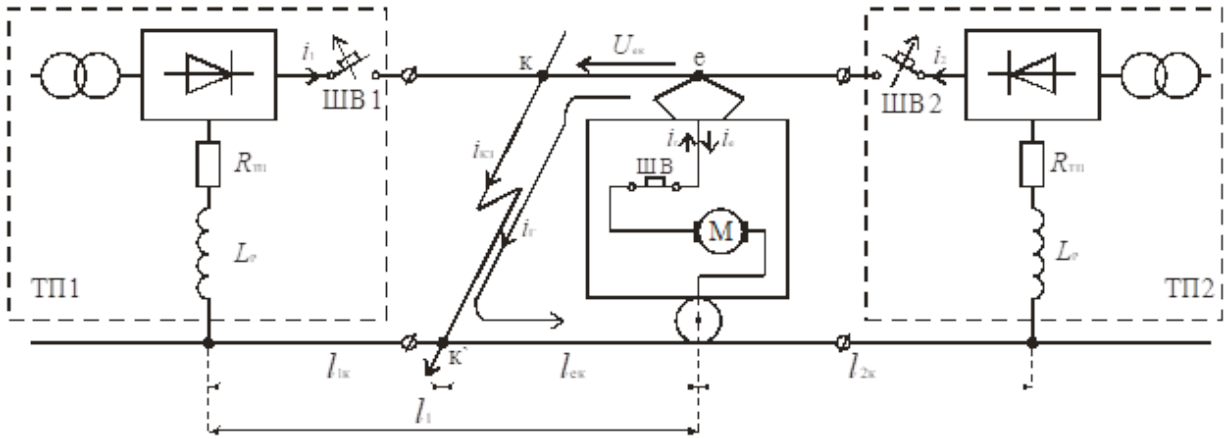



**Рис. 4. Схема системи електричної тяги в режимі короткого замикання на фідерній зоні**

Другим фактором цієї умови є значення і характер зміни (збільшення) $e_г(t)$.

*Коротке замикання в тяговій мережі при консольній схемі живлення*

Коротке замикання за електрорухомим складом (ЕРС). До КЗ в точках 3-3’ (див рис. 5) струм електровоза $i_д$ у тяговому режимі дорівнює фідерному струму $i_ф$ і нехай поїзд рухається з певною швидкістю.

Нехай КЗ відбулося на відстані $l_{ек}$ за ЕРС (в т. 3-3’, рис. 5). Тоді, внаслідок шунтування ЕРС віткою КЗ й тим самим зростання струму $i_{кз}$ і згідно закону Кірхгофа, що $i_ф = i_д + i_к$, струм $i_д$ ЕРС повільно зменшується, а фідерний струм $i_ф$ зростає (рис. 6). Але в цьому випадку поки що будемо вважати, що $i_ф$ не досягає своєї уставки і тому швидкодіючий вимикач (ШВ) підстанції (ТП) не спрацьовує. В результаті напруга $u_e(t)$ зменшується і з часом перехідного процессу (ППр) стає рівним $U_{23}$ (рис. 5):

$$U_{23} = R_{23} \cdot i_{кз} + L_{23} \frac{di_{кз}}{dt}. \quad (10)$$

Одночасно, зі зменшенням $i_д$ зменшується потік $\Phi(t)$, але повільніше, ніж $u_е(t)$ (внаслідок демферуючої дії вихрових струмів, а в режимі ПЗ ще й демферуючої дії струму у вітці шунта). І тоді, також повільно, зменшується проти-е.р.с., а отже і $e_г(t)$.

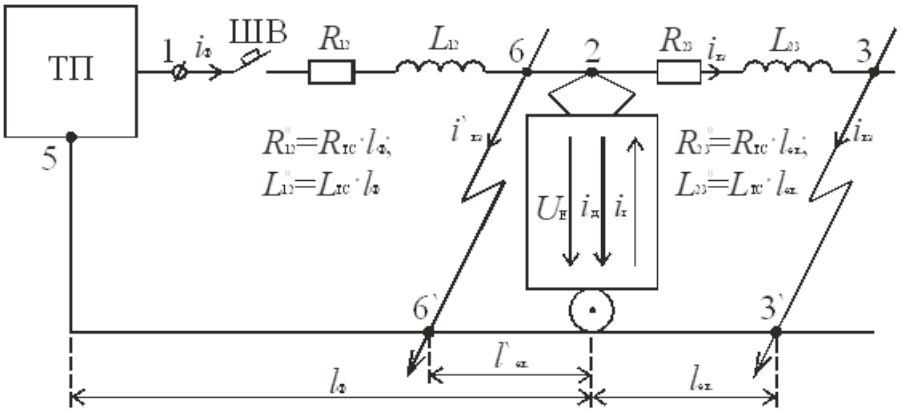



**Рис. 5. Схема системи електричної тяги з консольним живленням фідерної зони в режимі КЗ**

Далі можливі такі випадки:

а) відстань $l_ф$ (рис. 5) достатньо велика, щоб $U_е$, яка дорівнює $U_{23} = R_{23} \cdot i_{кз} + L_{23} \frac{di_{кз}}{dt}$ або $U_{12} = E_{тп} - R_{12} \cdot i_ф - L_{12} \frac{di_ф}{dt}$, була більша, ніж $e_г(t)$ і тому генераторний режим не спостерігається (рис. 6);

б) при достатньо малій $l_ф$ величина $U_{23}$ теж мала, а отже невелика напруга $U_е$ на струмоприймачі, яку $e_г(t)$ може перевищувати, створюючи генераторний струм.

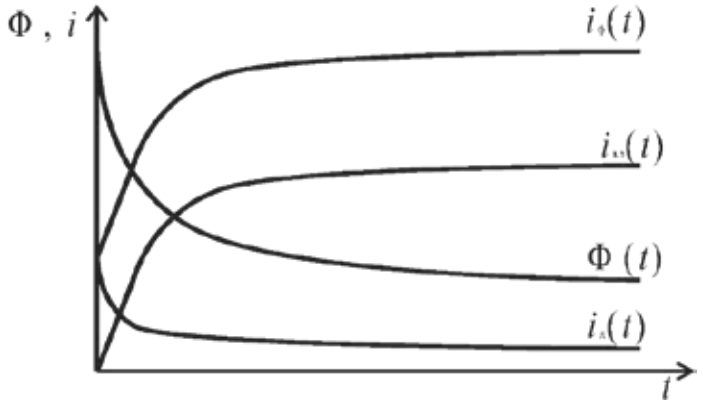



**Рис. 6. Перехідні струми і магнітний потік в режимі КЗ (якісний спрощений загальний вигляд)**

2. КЗ перед ЕРС. У режимі КЗ в точках 6-6’ (рис. 5), тобто перед ЕРС у випадку, коли $l'_{ек} = 0$, напруга $u_е(t)$ і струм $i_д$ спадають різко, а $\Phi(t)$ і $e_г(t)$ (за попередніх причин) – повільно і тому в ЕРС виникає генераторний струм $i_г(t)$ (рис. 5), але в ТМ він не приходить, замикаючись через закоротку 6-6’.

При достатньому віддаленні точки КЗ 6-6’ від ЕРС фідерний струм $i_ф(t)$ і вони будуть збільшуватись (рис. 7). Одночасно повільно знижуються напруга $u_е(t)$ на ЕРС і його струм $i_е(t)$.

Своєї уставки досягає $i_ф(t)$ і ШВ ТП вимикається в результаті відбувається повне зняття живлячої напруги від ТП і різко знижується $u_е(t)$. Також різко зменшується фідерний струм $i_ф$ і струм ЕРС (рис. 7). Істотно зменшується струм збудження ТЕД і їх основний магнітний потік. Але він, як і $i_г(t)$, зменшується повільніше, ніж $u_е(t)$, тому виконується умова (4) для появи генераторного струму $i_г(t)$, який протікає і по ТМ, і по ЕРС. Далі $i_г(t)$ досягши свого максимального значення, як і $i_{кз}(t)$, повільно зменшується до нуля, підтримуючи спадання $Ф(t)$ і $i_г(t)$ [11].

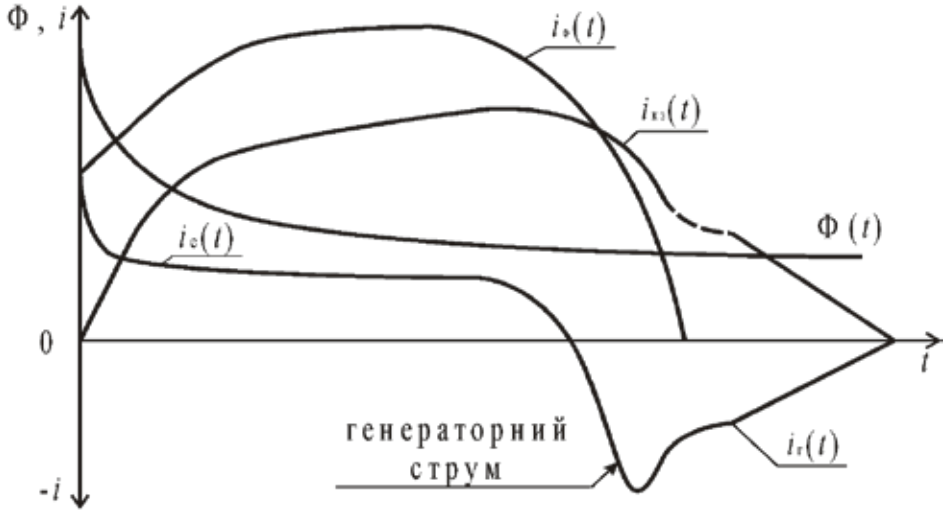



**Рис. 7. Перехідні струми і магнітний потік в режимі КЗ (якісний вигляд)**

*Коротке замикання в тяговій мережі при двосторонній схемі живлення*

Двостороннє живлення є більш цікавим з точки зору переходу ЕРС у режим короткочасної генерації, бо перехідні процеси в контактній мережі при КЗ, як правило, починаються і протікають більш складніше, ніж при односторонньому живленні. При цьому, найбільш важким є режим КЗ біля однієї із ТП. Тому у подальшому аналізуватимемо режим КЗ біля ТП2 (див. рис. 8).

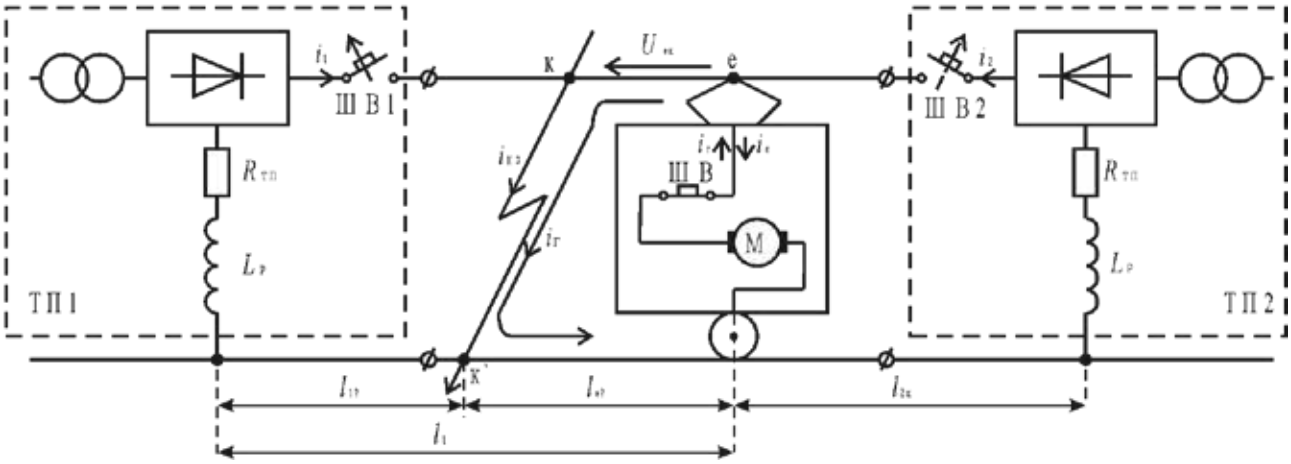



**Рис. 8. Схема системи електричної тяги в режимі КЗ на фідерній зоні**

Факт переходу ЕРС в генераторний режим і характер протікання $i_г(t)$ залежить від відношення спаду напруги $U_{ек}$ в ТМ (рис. 8) і генераторних е.р.с. $e_г(t)$ тягових двигунів. А напруга $U_{ек}$, в свою чергу, залежить від $l_{ек}$, тобто від місця розташування ЕРС на тяговій мережі.

Якщо $l_{ек}$ відносно невелике, тобто ЕРС розташовано поблизу ТП2, тоді струм КЗ $i_{кз}$ і струм $i_2$ ТП2 різко зростають. Струм $i_2$ досягає своєї уставки і ШВ ТП2 вимикається, а струм $i_{кз}$, після різкого зростання, зменшується до нового усталеного значення (див. рис. 9).

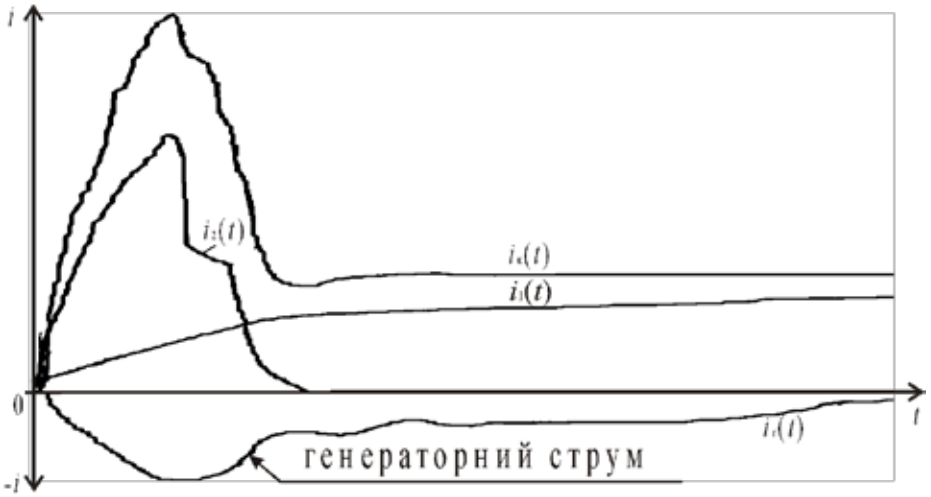



**Рис. 9. Перехідні струми в режимі КЗ (якісний вигляд)**

Одночасно, струм $i_1$ (від ТП1) повільно зростає теж до нового усталеного значення. Напруга $u_е(t)$ різко спадає, стає рівною спаду $U_{ек}$, а воно мале, бо $l_{ек}$ невелике. В той же час магнітний потік $\Phi(t)$ і струм $i_г(t)$ спадають повільно, виконується умова (4), в результаті виникає генераторний струм $i_г(t)$, який замикається через «закоротку». Після певного кидка $i_г(t)$ повільно зменшується до нуля по мірі загасання $\Phi(t)$.

Зі збільшенням $l_{ек}$ (при русі поїзда) величина $U_{ек}$ зростає (але будемо вважати, що ШВ ТП1 ще не спрацьовує) і тому з часом загасання $\Phi(t)$ струм ЕРС переходить із генераторного у двигунний (рис. 10) й останній, після невеликого зростання, досягає свого усталеного значення.

Якщо ж $l_{ек}$ збільшується далі (за рахунок руху поїзда), тобто ЕРС знаходиться ще ближче до ТП1, тоді струм $i_1$ ТП1 різко зростає, досягає своєї уставки, в результаті ШВ ТП1 вимикається і струм $i_1$ спадає до нуля (рис. 11). Тим самим вимикається повністю живляча напруга для ЕРС (бо ШВ ТП2 вимкнувся ще раніше).

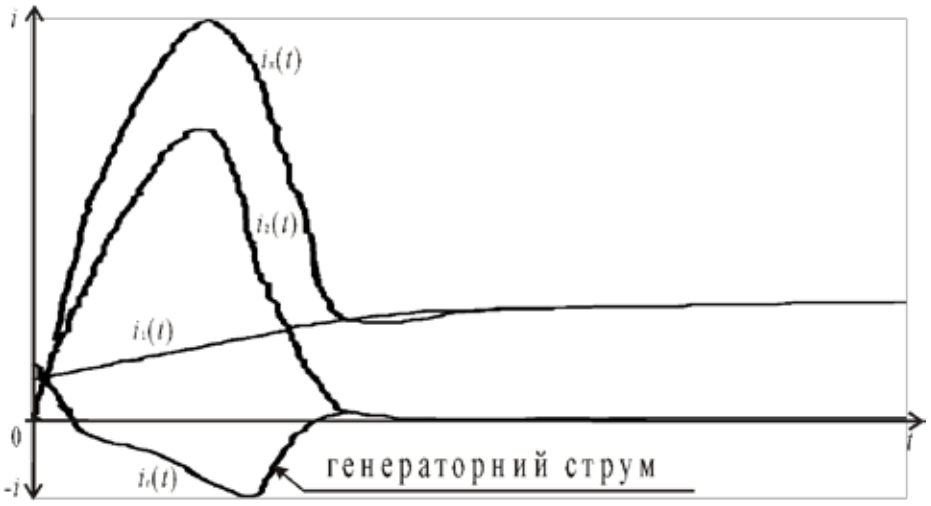



**Рис. 10. Перехідні струми в режимі КЗ (якісний вигляд)**

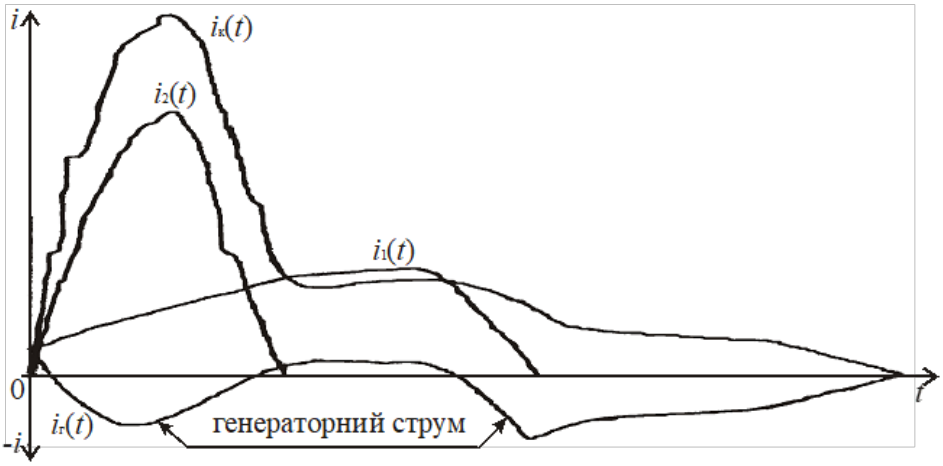



**Рис. 11. Перехідні струми в режимі КЗ при паралельному з'єднанні тягових електродвигунів (якісний вигляд)**

Спад напруги $U_{ек}$, а отже і $u_е(t)$, різко зменшується до нуля, а Ф($t$) і $e_г(t)$ зменшуються повільно і ЕРС після тягового режиму (рис. 10), незалежно від розташування, переходить у режим повторної генерації (рис. 11), який триває доти, поки генераторний струм не розмагнітить магнітну систему тягових двигунів і Ф($t$) не зменшиться до нуля.

Заслуговує уваги також режим КЗ між ТП1 і ЕРС. Нехай $l_{1к} < l_1$, тобто ЕРС розташований на невеликій відстані від ТП1 та виникло КЗ в точці к-к' (рис. 4).

В результаті фідерний струм $i_1$ ТП1 різко, майже лінійно, зростає та швидко досягає своєї уставки, тим самим обумовлюючи вимикання ШВ1. Внаслідок цього виникає перехідний процес перерозподілу навантаження (струму) вимкненого фідера ТП1 на фідер ТП2, струм якого $i_2$, хоча і повільніше ніж $i_1$, але зростає з моменту КЗ. Якщо в результаті такого перерозподілу буде досягнуто значення струму уставки фідера ТП2, то відбудеться вимикання ШВ2. Практика показує, що, як правило, це виникає коли фідерна зона в розглядуваному режимі вимикається з двох боків. В результаті (за тими ж міркуваннями та причинами, що і раніше) ЕРС переходить в генераторний режим. Якщо струм КЗ, а значить і фідерний $i_2$, недостатній для вимикання ШВ2 та він не вимкнеться, тоді струм ЕРС знову стає двигунним, зростає до величини, яка визначається напругою на струмоприймачі.

*Висновки*. В даній статті було представлено синтез схеми заміщення та створення математичної моделі тягового електроприводу постійного струму з нелінійним елементом – тягий електрочний двигун. Запропоновані схемні реалізації та основні теоретичні викладки режимів короткого замикання.

Як зазначалось, найбільш розповсюдженим і небезпечним аварійним режимом у системі електротяги є режим короткого замикання в тяговій мережі, тому далі у подальших статтях, методом математичного чисельного моделювання дослідимо закономірності виникнення і проаналізуємо результати численних розрахунків генераторних струмів у режимах короткого замикання.

**Список використаних джерел**

1. Математическое моделирование динамики электровозов / под ред. А. Г. Никитенко. Москва : Высшая школа, 1998. 274 с.

2. Міщенко Т. М. Підвищення ефективності роботи системи захисту силових кіл електровозів ДЕ1 на основі досліджень перехідних аварійних електромагнітних процесів : дис. канд. техн. наук. Дніпро : ДНУЗТ, 2007. 219 с.

3. Электродвигатели постоянного тока тяговые ЭД 141У1, ЭД 141АУ1. Технические условия БИЛТ 652341.002 ТУ. Харків : ДП завод «Електротяжмаш», 1994. 12 с.

4. Протокол испытаний. Квалификационные испытания тягового электродвигателя типа ЭД 141У1 для магистрального электровоза. Харків : НИИ «Електротяжмаш», 1996. 89 с.

5. Электровоз магистральный ДЭ1. Руководство по эксплуатации 3ТП.000.020 РЭ1. Дніпро : УкрЕлНДІ, 2002. Ч. 1. 321 с.

6. Иоффе А. Б. Тяговые электрические машины. Москва : Энергия, 1965. 232 с.

7. Михаліченко П. Є. Генераторні струми електрорухомого складу в аварійних режимах тягової мережі. Проблеми розвитку залізничного транспорту : тези доп. 72-ї Міжнар. наук.-практ. конф. Дніпро, 2012. С. 96–97.

8. Михаліченко П. Є. Генераторні струми під час коротких замикань в пристроях системи електричної тяги. Електротехніка і електромеханіка. 2012. № 6. С. 56–60.

9. Хворост М. В., Чумак В. А., Панасенко Н. М. Аналітична методика розрахунку струмів короткого замикання трифазних тягових асинхронних двигунів у системі частотно-регульованого електропривода з інверторами напруги. Праці ІЕД НАН України. 2004. № 3(9). С. 70–78.

10. Михаліченко П. Є., Міщенко Т. М., Костін М. О. Вплив режиму короткого замикання в тяговій мережі постійного струму на перехідні електромагнітні процеси в електрорухомому складі. Електротехніка і електромеханіка. 2010. № 4. С. 63–66.

*Дата першого надходження статті до видання: 20.03.2026*
*Дата прийняття статті до друку після рецензування: 13.04.2026*
*Дата публікації (оприлюднення) статті: 25.05.2026*
*Стаття поширюється на умовах ліцензії відкритого доступу (CC BY 4.0)*

**P. Mykhalichenko, Ie. Markova, M. Markov**
*Admiral Makarov National University of Shipbuilding*
*Kherson Educational-Scientific Institute*

## SYNTHESIS OF A MATHEMATICAL MODEL OF A DIRECT CURRENT TRACTION DRIVE WITH NONLINEAR ELEMENTS FOR THE STUDY OF EMERGENCY MODES

***Summary***

The paper addresses the synthesis of a mathematical model of a DC traction electric drive with nonlinear elements for the investigation of emergency operating modes in electric traction systems. The necessity of considering magnetic nonlinearity, eddy current effects, temperature dependence of winding parameters, and nonlinear magnetization characteristics in the analysis of electromagnetic transient processes is substantiated. An equivalent circuit of the traction motor is proposed, including a short-circuited loop representing eddy current effects, and the parameters of the traction power circuit are synthesized for different motor connection schemes.

The mechanisms of generator current occurrence under short-circuit conditions and sudden voltage fluctuations in the traction network are analyzed. The conditions under which the electric drive switches to a generator mode due to imbalance between supply voltage and the resultant generated EMF are determined. It is shown that the rate of supply voltage change and magnetic system parameters significantly influence the nature and amplitude of transient processes.

The obtained results can be applied to improve the accuracy of mathematical modeling of emergency modes, enhance protection systems of traction power circuits, and increase the operational reliability and energy safety of DC traction networks.

*Keywords*: DC electric drive, traction motor, nonlinearity, mathematical model, transient processes, emergency mode, generator current, short circuit, magnetization characteristic, eddy currents, equivalent circuit, electromagnetic processes, stability.