



УДК 519.876.5:621.313.33

DOI: 10.31388/2220-8674-2019-1-38

МЕТОД ЧИСЛЕННОГО РАСЧЕТА ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЯХ

Мищенко К. В.,**Паталах Д. Г.,****Набокова О. В.,****Тиховод С. М., д. т. н.**<http://orcid.org/0000-0003-0748-1735>*Запорожский национальный технический университет*

e-mail: stikhovod@gmail.com

Аннотация - статья посвящена усовершенствованию численного метода расчета электромеханических переходных процессов в асинхронных двигателях. Электромеханические переходные процессы могут быть весьма продолжительными, что приводит к значительному времени расчета и накоплению погрешности расчета при использовании современных программных средств. Цель данной работы – разработка улучшенного метода расчета переходных электромеханических процессов в асинхронных двигателях, который реализуется простой, но быстродействующей компьютерной программой. Предложена схемная интерпретация разработанного метода. Поскольку в систему уравнений, описывающих динамику асинхронного двигателя, входят произведения токов 1- ротора и 2-статора то эта система нелинейная. На текущем шаге интегрирования k произведение значений двух токов 1 и 2 рассматривается как среднее значение: переменная – ток 1 с коэффициентом, имеющим значение тока 2, взятого с предыдущего шага интегрирования и переменная – ток 2 с коэффициентом, имеющим значение тока 1, с предыдущего шага. Для уточнения этого произведения на каждом шаге интегрирования выполняется 2-3 итерации, что достаточно. Уравнения численного метода интегрирования дифференциальных уравнений объединяются с системой уравнений, описывающих электромагнитные и механические процессы. Такой прием позволяет использовать непосредственно неявный метод численного интегрирования дифференциальных уравнений.

При расчете переходного процесса в асинхронном двигателе предложенным методом процессорное время сокращается более чем на 35% по сравнению с расчетами известными методами.

Ключевые слова: *переходные электромеханические процессы, схемная интерпретация, асинхронные двигатели.*

Постановка задачи. Во время резкого изменения режима работы и питания асинхронных двигателей (АД) возникают электромеханические переходные процессы. При этом могут



возникать значительные броски тока, изменяться вращающий момент и частота вращения ротора. Это должно учитываться на стадии проектирования электрических машин путем компьютерного моделирования. Поэтому изучение электромеханических переходных процессов не потеряло актуальности.

Анализ последних исследований. Для моделирования переходных процессов в электрических цепях, в которые включены асинхронные машины, в настоящее время используется ряд готовых программных комплексов, предназначенных для анализа электрических процессов в электрических и электронных схемах. Наиболее известными из них является EMTP [1], PSpice [2], Micro Cap [3], Simulink [4]. В указанных пакетах автоматически по схеме замещения составляется система дифференциальных уравнений состояния и выполняется ее решение известными численными методами. В автоматизированных системах моделирования используются встроенные решатели. Решатели автоматизированных комплексов моделирования, таких, как Pspice [2] или MATLAB [4] используют традиционные методы численного интегрирования нелинейных дифференциальных уравнений с использованием итерационного процесса на каждом шаге интегрирования. Это замедляет процесс численного расчета. Электромеханические переходные процессы состоят из быстрых электромагнитных процессов и весьма медленных механических процессов. При моделировании шаг интегрирования должен выбираться исходя из самых быстрых процессов. Электромеханические переходные процессы могут быть весьма продолжительными. Поэтому внедрение новых методов численного решения уравнений состояния, приводящих к сокращению времени и повышению точности расчета, является актуальной задачей.

Цель данной работы – усовершенствование метода расчета переходных электромеханических процессов в асинхронных двигателях, который реализуется простой компьютерной программой.

Основные материалы исследования. Рассмотрим двухфазную электрическую машину. Моделирование трехфазной машины можно свести к моделированию двухфазной машины [5].

Наиболее просто уравнения двухфазной электрической машины записываются в системе координат dq , которая вращается с частотой вращения ротора Ω . В этом случае отсутствуют коэффициенты, изменяющиеся в зависимости от угла поворота ротора. Уравнения конденсаторной электрической машины, питающейся от одной фазы, незначительно отличаются от уравнения двухфазной электрической

машины. Система уравнений, описывающих электромагнитные и механические процессы, имеет вид [6]:

$$\left. \begin{aligned} L_s \frac{di_{as}}{dt} + R_s i_{as} + M \frac{di_{ar}}{dt} &= e_a; \\ M \frac{di_{as}}{dt} + R_r i_{ar} + (M + L_r) \frac{di_{ar}}{dt} + \Omega L_r P i_{br} + \Omega M P i_{bs} &= 0; \\ L_s \frac{di_{bs}}{dt} + R_s i_{bs} + M \frac{di_{br}}{dt} + u_c &= e_a; \\ -\Omega M P i_{as} - \Omega L_r P i_{ar} + L_r \frac{di_{br}}{dt} + R_r i_{br} + (M + L_s) \frac{di_{bs}}{dt} &= 0; \\ C_p \frac{du_c}{dt} - i_{bs} &= 0. \\ \frac{J}{P} \frac{d}{dt} \Omega + R_{\text{торм}} \Omega + M_{\text{торм}} &= \frac{m P M}{2} [i_{bs} i_{ar} - i_{as} i_{br}] \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где

u_{cp} , C_p – напряжение на фазосдвигающем конденсаторе и емкость конденсатора;

i_{as} , i_{bs} , i_{ar} , i_{br} – токи в обмотках статора и ротора фазы «а» и «б»;

M – взаимная индуктивность обмоток статора и ротора;

L_s , L_r – индуктивности рассеяния обмоток статора и ротора;

R_s , R_r – активные сопротивления обмоток статора и ротора;

$M_{\text{торм}}$ – внешний момент, приложенный к валу ЭМ;

$R_{\text{торм}}$ – тормозное сопротивление ротора;

P – число пар полюсов;

m – число фаз обмотки ротора;

J – приведенный момент инерции вращающихся частей машины.

Электромагнитные процессы описываются первыми пятью уравнениями. Шестое уравнение описывает электромеханические процессы.

Для удобства системе уравнений (1) целесообразно поставить в соответствие схему замещения, которая имеет вид, представленный на рис. 1.

В схеме замещения пятый контур иллюстрирует динамику механической части двигателя – ротора. В этом контуре роль тока исполняет круговая частота вращения ротора Ω . Роль индуктивности исполняет эквивалентный момент инерции ротора с присоединенной нагрузкой, деленный на количество пар полюсов. Электромагнитный и тормозной моменты представлены, как источники ЭДС, а тормозное сопротивление задано резистивным элементом $R_{\text{торм}}$. В схеме замещения использован искусственный прием, который представляет частоту вращения ротора как некоторый ток Ω . Это не противоречит

уравнениям (1), но позволяет электромеханические процессы представлять единой электрической схемой. Это особенно актуально при использовании программных комплексов, в которых уравнения составляются автоматически по заданной электрической схеме [4].

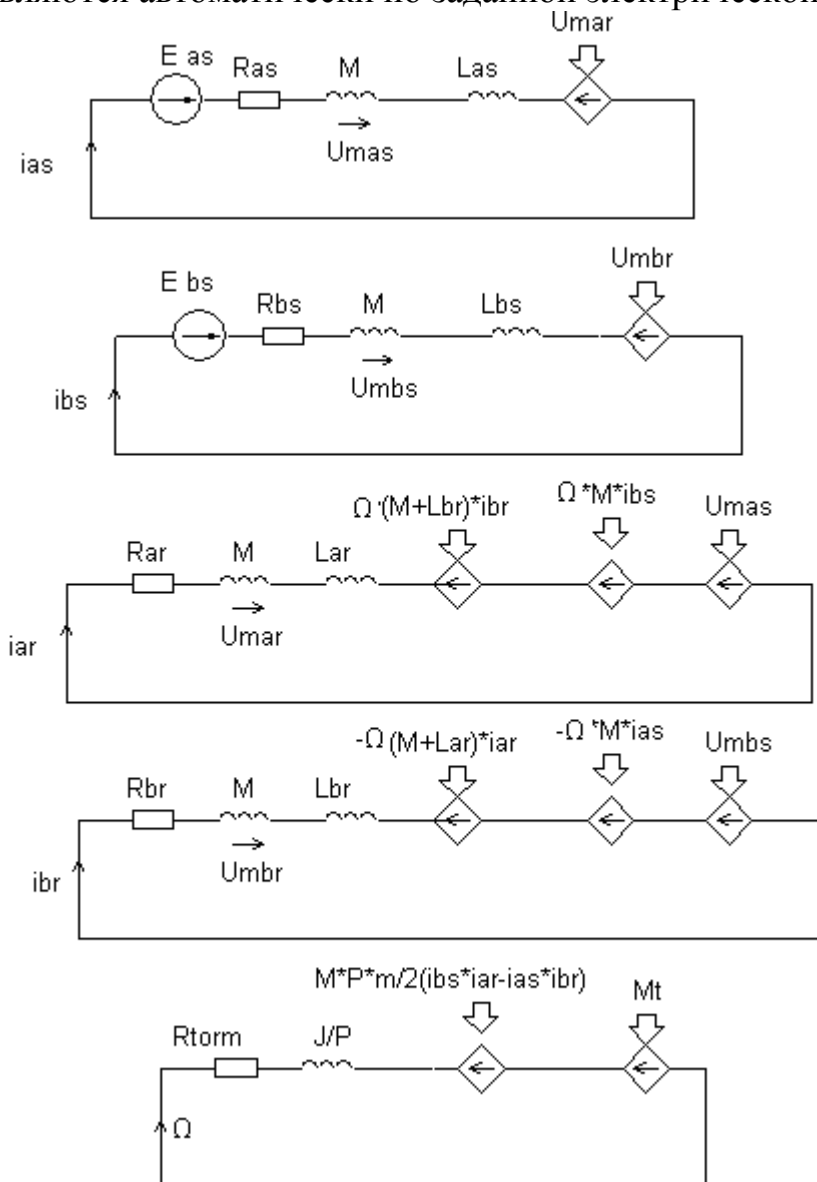


Рис. 1. Схема замещения двухфазного АД

Поскольку в систему уравнений, описывающих динамику асинхронного двигателя, входят произведения токов статора и ротора $i_{as} \cdot i_{br}$, $i_{bs} \cdot i_{ar}$, а также произведение частоты вращения Ω и токов, то эта система нелинейная.

Для решения этой проблемы предложено систему нелинейных дифференциальных уравнений рассматривать как линейную систему.



На текущем шаге интегрирования k произведение $i_{as} \cdot i_{br}$ рассматривается как:

$$i_{as(k-1)} \cdot \frac{i_{br}}{2} + i_{br(k-1)} \cdot \frac{i_{as}}{2}.$$

Так же вычисляется произведение $i_{bs} \cdot i_{ar}$. Поскольку частота вращения Ω изменяется значительно медленнее, чем токи, то на текущем шаге интегрирования k значение Ω можно взять с предыдущего шага интегрирования и использовать это значение как коэффициент при соответствующих токах. Для уточнения этих произведений на каждом шаге интегрирования выполняется 2-3 итерации, что достаточно.

Система уравнений (1) может быть решена численными методами. Для этого ее нужно записать в матричной форме:

$$\mathbf{M}_K \mathbf{X}_t = \mathbf{V}_K, \tag{2}$$

где \mathbf{X}_t – вектор переменных:

$$\mathbf{X}_t = [\Omega' \ ias' \ ibs' \ iar' \ ibr' \ uc' \ \Omega \ ias \ ibs \ iar \ ibr \ uc]^\top \tag{3}$$

\mathbf{M}_K – матрица, схема которой имеет вид:

Ω'	ias'	ibs'	iar'	ibr'	uc'	Ω	ias	ibs	iar	ibr	uc
0	$M+Ls$	0	M	0	0	0	Rs	0	0	0	0
0	M	0	$M+Ls$	0	0	0	0	$M^*P^*\Omega$	Rr	$(M+Lr)^*P^*\Omega$	0
0	0	$M+Ls$	0	M	0	0	0	Rs	0	0	1
0	0	M	0	$M+Lr$	0	0	$-M^*P^*\Omega$	0	$-(M+Lr)^*P^*\Omega$	Rr	0
0	0	0	0	0	Cp	0	0	-1	0	0	0
J/P	0	0	0	0	0	$Rtorm$	$ke*ibr/4$	$-ke*iar/4$	$-ke*ibs/4$	$ke*ias/4$	0

(4)

где в матрице \mathbf{M}_K $i_{as}, i_{br}, i_{bs}, i_{ar}$ - значения, найденные на предыдущем шаге интегрирования.

\mathbf{V}_K – вектор правой части системы уравнений (1):

$$\mathbf{V}_K = [e \ 0 \ e \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^\top; \tag{5}$$

$$ke = M \cdot P \cdot m.$$

Штрихом обозначены производные по времени соответствующих переменных.

Матричная система уравнений (1) содержит 12 неизвестных (3) и всего 6 линейных уравнений (4). Чтобы эта система уравнений имела единственное решение ее необходимо добавить уравнениями численного метода решения дифференциальных уравнений, например, уравнениями неявного метода Эйлера.



$$\left. \begin{aligned} \Omega_{(k)} &= \Omega_{(k-1)} + h \cdot \Omega'_k \\ ias_{(k)} &= ias_{(k-1)} + h \cdot ias'_k \\ ibs_{(k)} &= ibs_{(k-1)} + h \cdot ibs'_k \\ iar_{(k)} &= iar_{(k-1)} + h \cdot iar'_k \\ ibr_{(k)} &= ibr_{(k-1)} + h \cdot ibr'_k \\ u_{c(k)} &= u_{c(k-1)} + h \cdot u'_{c(k)} \end{aligned} \right\}, \quad (6)$$

где индекс (k) обозначает номер текущего шага интегрирования, а $(k-1)$ – номер предыдущего шага.

Систему уравнений метода Эйлера (6) можно записать в матричной форме

$$\mathbf{M}_E \mathbf{X}_t = \mathbf{V}_E \quad (7)$$

\mathbf{M}_E – матрица, схема которой имеет вид:

Ω'	ias'	ibs'	iar'	ibr'	uc'	Ω	ias	ibs	iar	ibr	uc
$-h$	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	$-h$	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	$-h$	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	$-h$	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	$-h$	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	$-h$	0	0	0	0	0	1

$$(8)$$

\mathbf{V}_E – вектор правой части системы уравнений (7):

$$\mathbf{V}_E = [\Omega_{(k-1)} \quad ias_{(k-1)} \quad ibs_{(k-1)} \quad iar_{(k-1)} \quad ibr_{(k-1)} \quad uc_{(k-1)}]^T \quad (9)$$

Объединим уравнения (2) и (7) в одну систему. В результате объединяются матрицы

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_K \\ \mathbf{M}_E \end{bmatrix}; \quad (10)$$

и векторы правых частей

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_K \\ \mathbf{V}_E \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Объединенная система в матричной форме имеет вид:

$$\mathbf{M} \cdot \mathbf{X}_t = \mathbf{V}. \quad (12)$$

Система уравнений (1) содержит неизвестные токи, напряжение u_c и частоту вращения ротора Ω , а также производные этих величин.

Алгоритм вычислений, на основании которого составлена программа, представлен на рис.2.

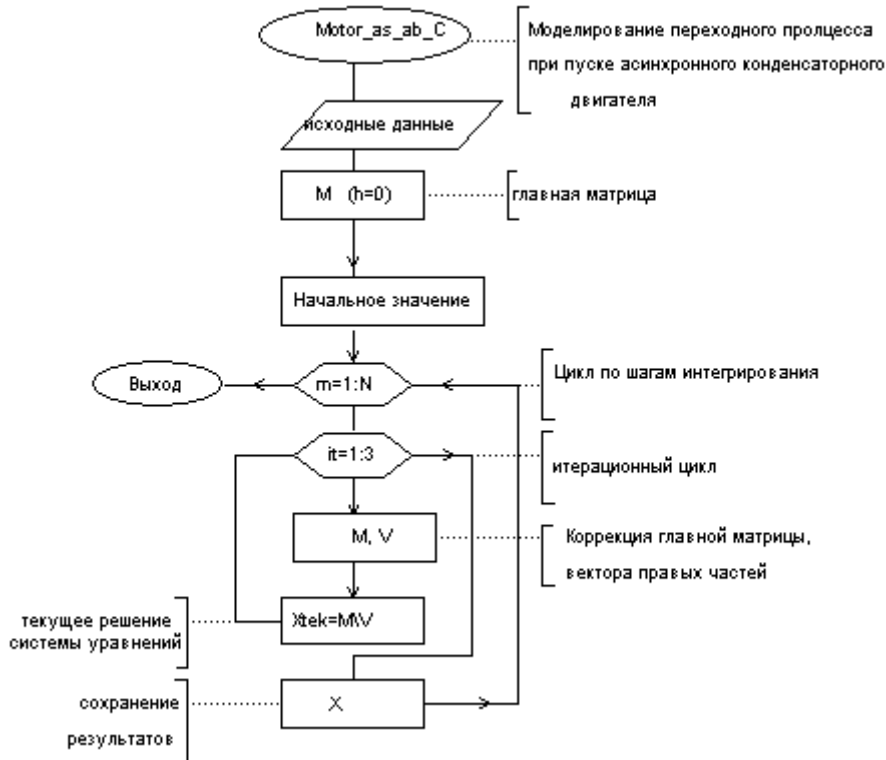


Рис. 2. Блок-схема алгоритма вычислений

Алгоритм заключается в выполнении следующей последовательности действий:

- задание исходных данных;
- формирование главной матрицы M ;
- задание начальных значений всех переменных;
- организация цикла с пошаговым изменением текущего времени t ;
- организация итерационного цикла на данном шаге интегрирования без изменения текущего времени;
- на каждом шаге итерационного цикла выполняется корректировка матрицы M , вектора V и вычисляется вектор текущего решения $X_{\text{тек}}$. После выполнения уточняющих итераций текущий вектор решения сохраняется в массив X .

В качестве примера выполнено моделирование пуска асинхронным двигателем с числом пар полюсов $P = 2$. На рис. 3 и рис. 4 представлены расчетные осциллограммы тока $i_{as}(t)$ и частоты

вращения, полученные в результате расчета по разработанной программе Motor_as_ab_C.

Для сравнительной оценки разработанного метода в системе Matlab разработан ряд программ решения рассмотренной задачи различными методами.

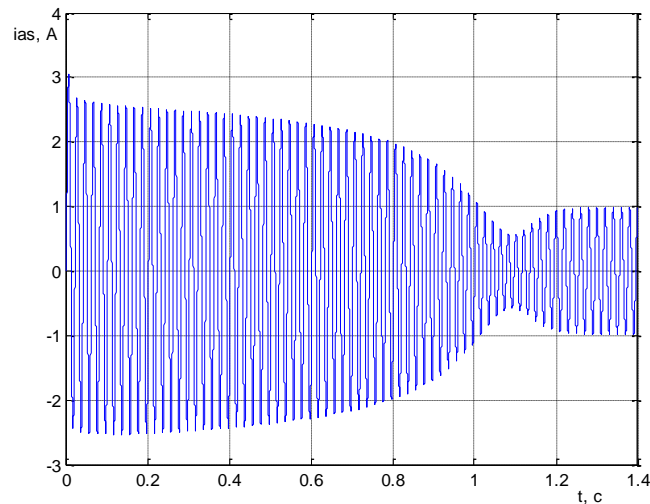


Рис. 3. Расчетная осциллограмма: ток $i_{as}(t)$ фазы статора «А»

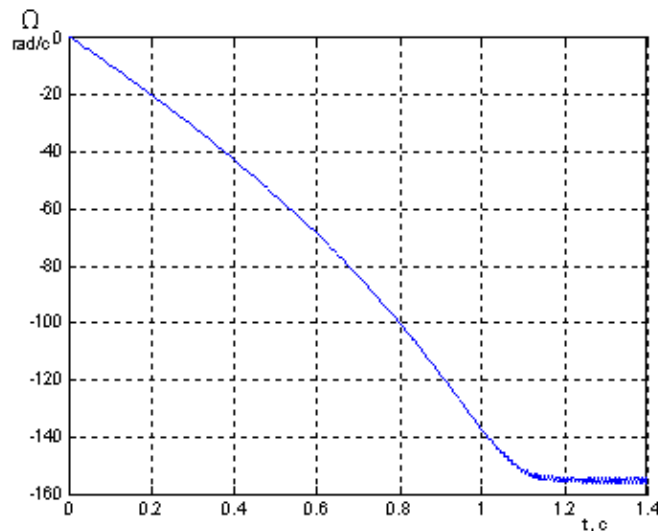


Рис. 4. Зависимость частоты вращения ротора от времени

В этих программах произведения $i_{as} \cdot i_{br}$, а также $i_{bs} \cdot i_{ar}$ вычисляются на текущем шаге как произведения значений, взятых с предыдущего шага интегрирования, с последующими итерациями. Такой способ имеет меньшее быстродействие, чем предложенный, на 35%.

Вывод. Использованный метод расчета переходных электромеханических процессов на 35% имеет лучшее быстродействие, чем традиционные методы.



Список использованной литературы

1. *Dommel H. W.* EMTP theory book. British Columbia: Microtran Power System Analysis Corporation Vancouver, 1996. 631 p.
2. *Кеон Дж.* OrCAD Pspice. Анализ электрических цепей. Санкт-Петербург: Питер, 2008. 640 с.
3. *Разевиг В. Д.* Система схемотехнического моделирования Micro Cap 6. Москва: Горячая линия, 2001. 344 с.
4. *Черных И. В.* Simulink среда создания инженерных приложений. Москва: ДИАЛОГ-МИФИ, 2003. 496 с.
5. *Усольцев А. А.* Векторное управление асинхронными двигателями. Санкт-Петербург, 2002. 43 с.
6. *Копылов И. П.* Математическое моделирование электрических машин. Москва: Высшая школа, 2001. 327 с.

МЕТОД ЧИСЛОВОГО РОЗРАХУНКУ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ В АСИНХРОННИХ ДВИГУНАХ

Мищенко К. В., Паталах Д. Г., Набокова О. В., Тиховод С. М.

Анотація - стаття присвячена удосконаленню числового методу розрахунку електромеханічних перехідних процесів в асинхронних двигунах при різкій зміні режиму роботи. Електромеханічні перехідні процеси можуть бути дуже тривалими, що призводить до значного часу розрахунку і накопичення похибки розрахунку при використанні сучасних програмних засобів. Мета даної роботи - розробка поліпшеного методу розрахунку перехідних електромеханічних процесів в асинхронних двигунах, який реалізується простою, але швидкодіючою комп'ютерною програмою. Поставлена мета досягнута використанням системи рівнянь, які описують електромагнітні та механічні процеси конденсаторної електричної машини, яка живиться від однієї фази.

Запропоновано схемну інтерпретацію методу. Оскільки в систему рівнянь, що описують динаміку асинхронного двигуна, входять добутки струмів 1 - ротора і 2-статора то ця система нелінійна. На поточному етапі інтегрування k добуток значень двох струмів 1 і 2 розглядається як середнє значення: змінна - струм 1 з коефіцієнтом, який має значення струму 2, взятого з попереднього кроку інтегрування і змінна - струм 2 з коефіцієнтом, який має значення струму 1, з попереднього кроку. Для уточнення цього добутку на кожному кроці інтегрування виконується 2-3 ітерації, що досить. Рівняння числового методу інтегрування диференціальних рівнянь об'єднуються з системою рівнянь, що описують електромагнітні і механічні процеси. Такий прийом дозволяє використовувати безпосередньо неявний метод числового інтегрування диференціальних рівнянь.

При розрахунку перехідного процесу в асинхронному двигуні запропонованим методом процесорний час скорочується більш ніж на 35% в порівнянні з розрахунками відомими методами.



Ключові слова: перехідні електромеханічні процеси, схемна інтерпретація, асинхронні двигуни.

METHOD OF NUMERICAL CALCULATION OF ELECTROMECHANICAL TRANSIENT PROCESSES IN ASYNCHRONOUS ENGINES

K. Mishchenko, D. Patalakh, O. Nabokova, S. Tikhovod

Summary

Article is devoted to improvement of a numerical method of calculation of electromechanical transient processes in asynchronous engines. Electromechanical transient processes can be very long that leads to considerable time of calculation and accumulation of an error of calculation when even using modern software. The purpose of this work is development of the improved method of calculation of transient electromechanical processes in asynchronous engines which is implemented by the simple, but quick-acting computer program. Circuit interpretation of the developed method is offered. As the system of the equations which are describing dynamic of the asynchronous engine includes products of currents 1st rotor and 2nd stator this system is nonlinear one. On the current step of integration k the product of values of two currents 1 and 2 is considered as average value: variable – current 1 with the coefficient which is equal the of the value current 2 taken from the previous step of integration and variable – current 2 with the coefficient of the value current 1 from the previous step. For more accurate definition of this product on each step of integration 2-3 iterations are carried out and it is enough. The equations of a numerical method of integration of the differential equations are united with the system of the equations describing electromagnetic and mechanical processes. Such way allows using implicit method of numerical integration of the differential equations directly.

When process in the asynchronous engine is calculated by the offered method processor time is reduced moreover 35% in comparison with calculations by the known methods.

Keywords: electromechanical transient, circuit interpretation, asynchronous engine