



УДК 514.18

DOI: 10.31388/2220-8674-2019-1-67

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ АПРОКСИМАЦІЇ СПІРАЛЕПОДІБНИХ ДПК У ПОЛЯРНІЙ СИСТЕМІ КООРДИНАТ СПІРАЛЯМИ РІЗНОЇ ФОРМИ

Щербина В. М., к.т.н.,

<https://orcid.org/0000-0002-0616-8010>

Мацулевич О. Є. к.т.н.

<https://orcid.org/0000-0001-5553-709X>*Таврійський державний агротехнологічний університет*

Тел. (0619) 42-24-36

Анотація – розв’язання задач апроксимації спіралеподібних та замкнених дискретно представлених кривих (ДПК) напряму пов’язане із застосуванням декартової системи координат для знаходження оптимального рішення за визначеним критерієм, який задовольняє вимогам завдання. Застосування декартової системи координат для вирішення поставлених задач призводить до отримання результатів з похибкою, оскільки присутня неоднозначність визначення спіралеподібної ДПК. Використання полярної системи координат при розв’язанні задач апроксимації спіралеподібних та замкнених ДПК дозволяє уникнути неоднозначності стосовно вісі Oy та значно спростити математичний апарат для моделювання пропонованих кривих.

В роботі розглядається можливість апроксимації спіралеподібних дискретно представлених кривих (ДПК) в полярній системі координат за критерієм найменших граничних відхилень (НГВ) спіралями різної форми.

Ключові слова: апроксимація, спіралеподібна дискретно представлена крива (ДПК), простір параметрів, найменші граничні відхилення (НГВ).

Постановка проблеми. Застосування полярної системи координат (ρ, φ) при розв’язанні деяких задач апроксимації спіралеподібних і замкнених ДПК за критерієм найменших граничних відхилень (НГВ), в порівнянні з декартовою системою координат, дозволяє значно спростити математичний апарат для моделювання розглянутих кривих та уникнути їх неоднозначності стосовно осі Ox .

Аналіз останніх досліджень. Попередні публікації [1,2,3] розглядають способи неперервної НГВ–апроксимації спіралеподібних ДПК у полярній системі координат функцією $\rho = \rho_0 + k\varphi$. Однак, при розв’язанні деяких задач геометричного моделювання виникає необхідність застосування, у якості моделюючих, спіралей іншої форми, а ці питання, на жаль, не отримали подальшого розвитку.



Формулювання цілей статті. Розглянути можливість застосування, у якості моделюючих, спіралеподібних кривих різної форми та провести порівняльний аналіз результатів моделювання.

Основна частина. При розв'язанні задачі НГВ – апроксимації спіралеподібних ДПК у полярній системі координат передбачається побудова для деякої множини точок $\{\rho_i; \varphi_i\}$ на площині (ρ, φ) спіралеподібної лінії $\rho = f(\varphi, \kappa_j)$ (κ_j – параметри, які керують положенням і формою спіралі), такий, щоб

$$\Delta_i = \left| \rho_i - f(\varphi_i; \kappa_j) \right|_{\max} \rightarrow \min \quad (1)$$

Оскільки визначення значень параметрів κ_j на основі їхньої варіації чи обмеження їхньої кількості не вдається розчленувати на складові частини, послідовне виконання яких привело б до розв'язку, виникла необхідність перенесення розв'язання до простору параметрів, число вимірів якого дорівнює числу параметрів моделюючої функції.

У цьому просторі заданим точкам $\{\rho_i; \varphi_i\}$ відповідають деякі, цілком визначені поверхні, шуканій лінії відповідає точка, а задача зводиться до визначення положення цієї точки щодо отриманих багатовимірних поверхонь.

Зазначимо, що необхідною умовою успішного розв'язання задачі НГВ–апроксимації перенесенням до простору параметрів є лінійність моделюючої функції щодо параметрів, які її визначають.

Як було сказано раніше [2] [3], найбільш простим (класичним) для параметризації є рівняння спіралі 1-го порядку вигляду

$$\rho = \rho_0 + k\varphi \quad (2)$$

Особливість перенесення в простір параметрів у цьому випадку полягає в наступному:

– Деякій довільній точці $M(\rho_m; \varphi_m)$ множини $\{\rho_i; \varphi_i\}$, $i = \overline{1; n}$; $n \gg 2$ в просторі параметрів $(\rho_0; k)$ відповідає деяка пряма m :

$$\rho_m - k\varphi_m = \rho_0, \quad (3)$$

що відтинає на осі $0\rho_0$ простору параметрів відрізок ρ_m , а на осі $0k$ – відрізок $\frac{\rho_m}{\varphi_m}$ (рис 1).

- Множині точок $\{\rho_i; \varphi_i\}$, $i = \overline{1; n}$; $n \gg 2$ відповідає множина (жмуток) прямих

$$\rho_i - \rho_0 - k\varphi_i = 0 \quad (4)$$

на площині параметрів $(\rho_0; k)$;

- Точка $A(\bar{\rho}_0; \bar{k})$ на площині параметрів $(\rho_0; k)$ задає спіраль \bar{m} у площині (ρ, φ) , що описується рівнянням

$$\rho = \bar{\rho}_0 + \bar{k}\varphi \quad (5)$$

- Відхилення від точки $A(\bar{\rho}_0; \bar{k})$ до прямої l_i на площині параметрів дорівнює відхиленню Δ_m точки $M(\rho_m; \varphi_m)$ від спіралі \bar{m} уздовж радіуса ρ_m (Рис.1).

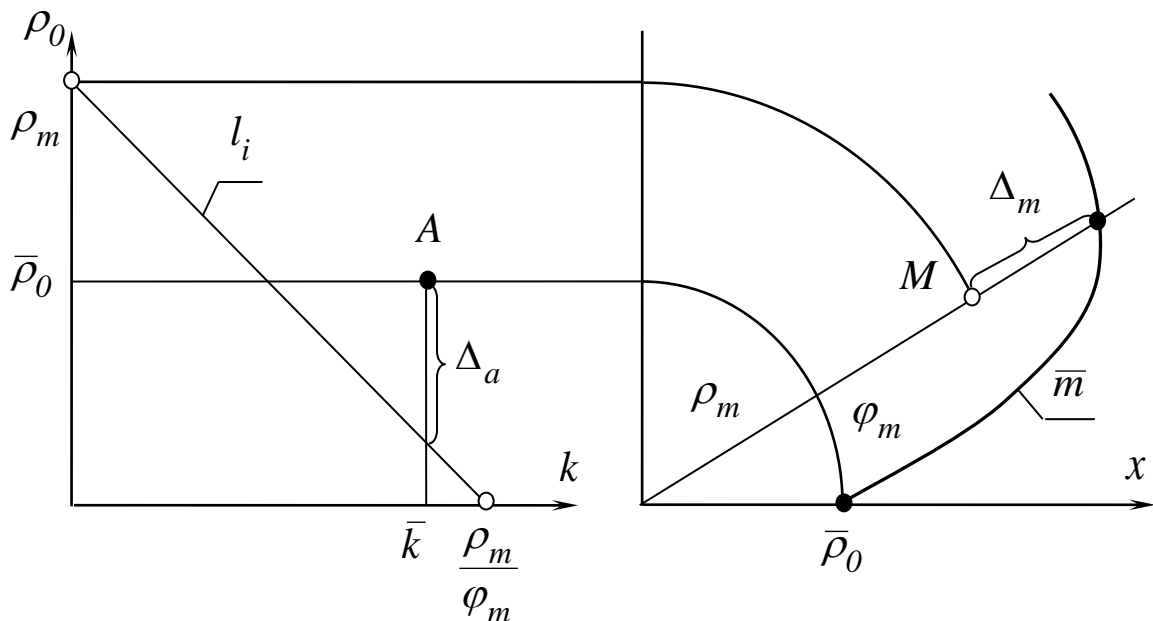


Рис 1



Алгоритм розрахунку параметрів НГВ – спіралі на площині $(\rho; \varphi)$ полягає в наступному [3]:

- знаходяться вузли верхньої і нижньої границі пучка П прямих;
- розраховуються $|\Delta|_{max}$ в знайдених вузлах, порівнюються і вибирається мінімальне з $|\Delta|_{max}$;
- визначається значення $\rho_0 = \bar{\rho}_0$ для середини відрізка в перетині, де $|\Delta|_{max}$ – мінімально, і значення $k = \bar{k}$, що визначає НГВ – спіраль $(\bar{\rho}, \bar{k})$;
- розраховуються відхилення заданих точок від отриманої НГВ – спіралі.

Однак, при розв'язанні деяких задач геометричного моделювання, виникає необхідність апроксимувати за критерієм НГВ вихідну дискретно представлену точкову множину іншими, відмінними від (2), спіралями.

Розглянемо випадки, коли в якості апроксиманту виступають спіралі вигляду:

$$\rho = \rho_0 + k\varphi^2; \quad (6)$$

$$\rho = \rho_0 + k\sqrt{\varphi}; \quad (7)$$

$$\rho = \rho_0 + \frac{k}{\varphi}; \quad (8)$$

Розв'язання поставлених задач так само здійснюється перенесенням до простору параметрів відповідно до основного алгоритму, представленого вище, але особливості перенесення у цих випадках будуть трохи відрізнятися від класичних.

У випадку параметризації спіралі (6) множині точок $\{\rho_i; \varphi_i\}$, $i = \overline{1; n}$; $n \gg 2$ у вихідному просторі, відповідає пучок прямих $\rho_i - \rho_0 - k\varphi_i^2 = 0$ на площині параметрів $(\rho_0; k)$, що відтинають на осі $O\rho_0$ простору параметрів відрізки ρ_i , а на осі $O k$ – відрізки $\frac{\rho_i}{\varphi_i^2}$.



Для спіралі (7) ця особливість полягає в тім, що множині точок $\{\rho_i; \varphi_i\}$, $i=1;n$; $n \gg 2$ у вихідному просторі, відповідає на площині параметрів $(\rho_0; k)$ вже пучок прямих $\rho_i - \rho_0 - k\sqrt{\varphi_i} = 0$, що відтинають на осі $O\rho_0$ простору параметрів також відрізки ρ_i , а на осі Ok – вже відрізки $\frac{\rho_i}{\sqrt{\varphi_i}}$, а для спіралі (8) – пучок прямих $\rho_i - \rho_0 - \frac{k_i}{\varphi_i} = 0$, що відтинають на осях $O\rho_0$ і Ok відрізки ρ_i і $\rho_i \cdot \varphi_i$ відповідно.

У таблиці 1 наведено порівняльні результати НГВ – апроксимації спіралеподібних ДПК при моделюванні спіралями (2), (6), (7) і (8).

Таблиця 1

i	φ_i	ρ_i	$\rho_i = \rho_0 + k\varphi_i$		$\rho_i = \rho_0 + k\varphi_i^2$		$\rho_i = \rho_0 + \frac{k}{\varphi_i}$		$\rho_i = \rho_0 + k\sqrt{\varphi_i}$	
			$\bar{\rho}_i$	Δ_i	$\bar{\rho}_i$	Δ_i	$\bar{\rho}_i$	Δ_i	$\bar{\rho}_i$	Δ_i
1	10	145	133,8	-11,2	129,23	-15,77	184,07	39,07	137,98	-7,02
2	20	126	131,6	5,6	128,72	2,72	146,75	20,75	133,42	7,42
3	30	128	129,4	1,4	127,88	-0,12	134,32	6,32	129,93	1,93
4	40	163	127,2	-35,8	126,69	-36,31	126,88	-36,12	127,19	-35,81
5	50	100	125	25	125,17	25,17	124,37	24,37	124,38	24,38
6	60	87	122,8	35,8	123,31	36,31	123,12	36,12	122,81	35,81
7	70	102	120,6	18,6	121,11	19,11	120,11	18,11	119,88	17,88
8	80	92	118,4	26,4	118,57	26,57	118,77	26,77	117,87	25,87
9	90	152	116,2	-35,8	115,69	-36,31	115,88	-36,12	116,19	-35,81
10	100	82	114	32	112,48	30,48	116,91	34,91	114,19	32,19
11	110	120	111,8	-8,2	108,93	-11,07	116,22	-3,78	112,51	-7,49
12	120	134	109,6	-24,4	105,03	-28,97	115,66	-18,34	110,87	-23,13
13	130	94	107,4	13,4	100,81	6,81	115,18	21,18	109,32	15,32
14	140	108	105,2	-2,8	96,24	-11,76	114,77	6,77	107,82	-0,18
15	150	117	103	-14	91,33	-25,67	114,42	-2,58	106,38	-10,62
<i>k</i>			-0,22		-0,001692		746,2687		-3,4786	
ρ_0			136		129,399		109,4403		148,9807	
НГВ			35,8		36,31		36,12		35,81	



Висновки. Порівнюючи результати НГВ-апроксимації для різних функцій, які наведено в таблиці 1, можна зробити висновки:

1. Найкращим є показник НГВ для функції $\rho_i = \rho_0 + k\varphi_i$;
2. В якості НГВ-апроксимантів можна використовувати функції іншого вигляду, які мають гірший показник НГВ, якщо того потребують умови моделювання, або перед проектувальником ставиться задача використання конкретної функції-апроксиманта;

Список використаних джерел

1. *Найдыш А.В.* Решение общей задачи плоской аппроксимации методом наименьшего предельного отклонения (НПО) //Сб.трудов III Междунар. научно-практ. конф. "Современные проблемы геом.моделирования". Мелитополь: ТГАТА, 1996. ч.1. С.72-73.
2. *Найдыш А.В., Мацулевич А.Е.* Решение НСО-задачи со спиралеобразными ДПК // Прикл. геом. и инж.графика. / Труды ТГАТА. Мелитополь, 1998. Вып.4. Т.5. С.35-38.
3. *Найдыш А.В., Мацулевич О.Е.* Моделирование спиралеподібних ДПК перенесенням до простору параметрів // Прикл. геом. та інж.граф. К.: КДТУБА, 1999. Вип.65. С.42-44.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ АППРОКСИМАЦИИ ДПК В ПОЛЯРНОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ СПИРАЛЯМИ РАЗЛИЧНОЙ ФОРМЫ

Щербина В.М., Мацулевич А.Е.

Аннотація

Решение задач аппроксимации спиралевидных и замкнутых дискретно представленных кривых (ДПК) напрямую связано с применением декартовой системы координат для нахождения оптимального решения по определенному критерию, который удовлетворяет требованиям задания. Применение декартовой системы координат для решения поставленных задач приводит к получению результатов с погрешностью, поскольку присутствует неоднозначность определения спиралевидной ДПК.

Использование полярной системы координат при решении задач аппроксимации спиралевидных и замкнутых ДПК позволяет избежать неоднозначности относительно оси Оу и значительно упростить математический аппарат для моделирования предлагаемых кривых.

В работе рассматривается возможность аппроксимации спиралевидных дискретно представленных кривых (ДПК) в полярной системе координат по критерию наименьших предельных отклонений (НПО) спиральями разной формы.



Ключевые слова: аппроксимация, спиралевидная дискретно представленная кривая, пространство параметров, наименьшие предельные отклонения.

THE COMPARATIVE ANALYSIS OF RESULTS OF APPROXIMATION DCS IN POLAR SYSTEM OF COORDINATES SPIRALS OF THE VARIOUS FORM

V. Shcherbina, A. Matsulevych

Summary

Mathematical processing of discretely submitted graphic information is connected to the decision of tasks of approximation of dot lines in polar system of coordinates by criterion which is not differentiated. The task is complicated that curve (DSC) which represents itself as an illustration of the process proceeding, as a rule, oscillation is discretely submitted, and on the conditions, the describing phenomenon or process, oscillation should not be.

The decision of tasks of approximation of helicoid and closed discretely submitted curves (DSC) directly is connected to application of the cartesian system of coordinates for a presence of the optimum decision by the certain criterion which meets the requirements of the decision of a task.

Modelling ambiguous, in relation to an abscissa axis, the helicoid or closed discretely submitted curves in the cartesian system of coordinates is connected to increase in number of parameters, causes complications of the computing device and to decrease in accuracy of designing.

Use of polar system of coordinates at the decision of tasks of approximation helicoid and closed DSC allows to avoid ambiguity concerning an abscissa axis and considerably to simplify the mathematical device for modelling suggested curves.

Existing, perspective, ways and additional opportunities of discrete modelling which take into account internal geometry DSC disregard a question of correction oscillation parts DSC. In work the opportunity of approximation of helicoid discretely submitted curves (DSC) in polar system of coordinates by criterion of the least maximum deviations (LMD) is examined by spirals of the different form and the comparative analysis of results modeling is carried out.

In work the opportunity of approximation of helicoid discretely submitted curves (DSC) in polar system of coordinates by criterion of the least maximum deviations (MDC) is examined by spirals of the various form and the comparative analysis of results of modelling is carried spent.

Key words: approximation, discretely submitted curve (DCC), space of parameters, the least maximum deviations (LMD).