



УДК 631.312.32:001.57

DOI 10.31388/2220-8674-2019-1-5

МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ СТУПЕНЮ ІДЕНТИЧНОСТІ ТА АДЕКВАТНОСТІ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ОБ'ЄКТУ ДОСЛІДЖЕННЯ

Дюжаєв В. П., к. т. н., <https://orcid.org/0000-0002-3744-2502>
Бондаренко Л. Ю., к. т. н. <https://orcid.org/0000-0001-5858-7375>
Таврійський державний агротехнологічний університет
Тел. 38 (0-96)791-78-80, e-mail: vduzaev@i.ua

Анотація – сільськогосподарські агрегати представлено у якості багатомірних динамічних систем на які діють різноманітні впливи. При розробці математичних моделей враховуються не усі впливи, а тільки головні, які роблять основний вплив на динамічні характеристики об'єкту дослідження. Для ґрунтообробних агрегатів прийнято опір ґрунту, якщо досліджується тяговий опір знаряддя. В статистичних розрахунках можливо використання інформаційної або дисперсійної оцінки цього припущення. В результаті імітаційного моделювання динаміки взаємодії корпусу плуга на пружно-шарнірної підвіски з ґрунтом та проведення експериментального дослідження динамічної системи в умовах нормальної функціонування визначено адекватність моделі об'єкту дослідження та ступінь ідентичності моделі. Для кількісної оцінки ступеня ідентичності моделі застосовуємо дисперсійну оцінку $\xi = D_F / D_x$. Чисельне ступінь ідентичності ξ дорівнює квадрату коефіцієнта кореляції ρ^2 між випадковою величиною y на вході і вихідної змінної x . В результаті дослідження динамічної системи «корпус плуга на пружній підвісці - ґрунт» на агрегаті, що складається з трактора Т-150 К і плуга ПЛП 5 – 35 на швидкості агрегату $V = 2$ м / с, з циліндричною пружиною постійної жорсткості $C = 240 \cdot 10^3$ Н / м і кінчною пружиною змінної жорсткості з нелінійною характеристикою пружності отримуємо значення коефіцієнта кореляції $\rho = 0,86$, отже, ступінь ідентичності моделі $\xi = 0,74$. Це підтверджує що для вирішення поставлених завдань динаміки досить врахувати один вхідний фактор - опір ґрунту, який з високою ступенем ідентичності впливає на вихідну змінну – тяговий опір корпусу плуга на пружній підвісці. Для визначення адекватності моделі, при великій вибірці вимірювань, застосовуємо критерій Пірсона. Адекватність моделі підтверджена, тому що табличне значення критерію згоди $P(\chi^2; q) = 0,994$, що більше рівня значущості $[1 - \Phi(x)] = 0,1$.

Ключові слова: адекватність, ідентичність, математична модель, обробіток ґрунту, корпус плуга, динаміка взаємодії, критерій Пірсона

Постановка проблеми. Відомо, що для ґрунтообробних машин визначення динамічних характеристик може бути різноманітним у зв'язку з тим, що сільськогосподарські агрегати є багатомірними динамічними системами та спектральна щільність $S_y(\omega)$ вихідної технологічної або енергетичної змінної є результатом декілька вхідних впливів. Тому при побудові математичної моделі не



враховуються всі впливи на ґрунтообробне знаряддя і практично враховуються тільки найбільш головні чинники, які роблять основний вплив на тяговий опір об'єкту дослідження. Для ґрунтообробних агрегатів такими головними впливами є опір ґрунту та нерівність поверхні поля.

Аналіз останніх досліджень. Априорі домінуючим впливом ми приймаємо опір ґрунту. В статистичних розрахунках можливо використання інформаційної або дисперсійної оцінки цього припущення [1]. При статистичному дослідженні ґрунтообробних агрегатів звичайно користуються дисперсійною оцінкою [2].

Формулювання цілей статті. З метою оцінки ступеня відповідності математичної моделі об'єкту дослідження необхідно виконати апробування результатів моделювання в реальних умовах функціонування об'єкту і провести оцінку ступеня ідентичності моделі.

Основна частина.

Для кількісної оцінки ступеня ідентичності моделі застосовуємо дисперсійну оцінку [2]

$$\xi = D_F / D_x, \quad (1)$$

де D_F – дисперсія умовного математичного очікування що до фіксованих рівнів вхідних впливів;

D_x – дисперсія вихідного процесу $x(t)$.

Дисперсія D_F визначає частку повної дисперсії тягового опору корпусу плуга, яка обумовлена впливом вхідного впливу - опору ґрунту. Інакше її називають дисперсією прогнозу $D_{пр}$. Оскільки

$$D_x = D_{пр} + D_{ост}, \quad (2)$$

де $D_{ост}$ – умовна середня дисперсія, яка визначає частку загальної дисперсії тягового опору, обумовлену неврахованими вхідними впливами.

Після перетворень отримуємо

$$\xi = 1 - D_{ост} / D_x. \quad (3)$$

Чисельне ступінь ідентичності ξ дорівнює квадрату коефіцієнта кореляції ρ^2 між випадковою величиною y на вході і вихідної змінної x . Оцінку кореляційного зв'язку між двома процесами обчислюємо за формулою

$$\rho_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{m}_x)(y_i - \bar{m}_y)}{(N-1) \cdot \bar{\sigma}_x \cdot \bar{\sigma}_y}, \quad (4)$$

де x, y – поточні значення тягового опору $x(t)$ і опору ґрунту $y(t)$;
 m_x, m_y - математичне очікування процесів $x(t)$ і $y(t)$;
 σ_x, σ_y – середньоквадратичне відхилення процесів $x(t), y(t)$.

Вихідні дані для визначення коефіцієнта кореляції беремо з результатів дослідження динамічної системи «корпус плуга на пружній підвісці - ґрунт». Апробування результатів дослідження виконувалося на полях П.Ф.ІМЕСХ УААН (с.м.т. Якимівка, Запорізької обл.). Методика дослідження описана в роботі [3, 4]. Експеримент виконувався на агрегаті, що складається з трактора Т-150 К і плуга ПЛП 5 - 35. При цьому проводився синхронний запис опору ґрунту $R(t)$, тягового опору корпусу плуга $P(t)$ пружно закріпленого і корпусу плуга $P(t)$ закріпленого жорстко. Випробування проводилися згідно оптимальним параметрам роботи плуга. Швидкість агрегату становила $V = 2$ м/с, при цьому на пружну підвіску були встановлені змінні циліндричні пружини постійної жорсткості $C = 240 \cdot 10^3$ Н/м і кінчна пружина змінної жорсткості з нелінійною характеристикою пружності.

Після обчислень отримуємо значення коефіцієнта кореляції $\rho = 0,86$, отже, ступінь ідентичності моделі $\xi = 0,74$. Це говорить про те, що для вирішення поставлених завдань динаміки достатньо врахувати один вхідний фактор – опір ґрунту, який з високим ступенем ідентичності впливає на вихідну змінну – тяговий опір корпусу плуга на пружній підвісці.

Для визначення адекватності моделі, при великій вибірці вимірювань, застосовуємо критерій Пірсона [5, 6]. Адекватність моделі підтверджується, якщо виконується умова

$$P(\chi; q) > \alpha, \quad (5)$$

де $\alpha = 1 - \Phi(x)$ – рівень значущості, приймаємо $\alpha = 0,1$;
 χ – критерій згоди Пірсона;
 q - число ступенів свободи.

$$Q = m - S, \quad (6)$$

де m - число вимірювань в одній серії експерименту;
 S - число використовуваних зв'язків.



$$\chi^2 = \sum [(y_{zi} - y_{Ti}) / y_{Ti}], \quad (7)$$

де y_{zi} , y_{Ti} - частота в кожній групі реалізацій за даними експерименту і теоретичної кривої, відповідно.

Теоретична щільність розподілу визначається за виразом

$$y_T = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(y_i - m_y)^2}{2\sigma^2}\right], \quad (8)$$

де σ – середньоквадратичне відхилення,
 m – математичне очікування.

Таблиця 1

Значення частот по експериментальним і теоретичним даним

y_{zi}	0,001	0,002	0,007	0,009	0,012	0,010	0,006	0,003	0,001
y_{Ti}	0,000001	0,00013	0,0014	0,0072	0,016	0,016	0,0072	0,0014	0,00013

Обчислюємо критерій згоди $\chi^2 = 0,25$. За кількістю розрядів $m=9$, числу ступенів свободи $q=7$, визначаємо табличне значення критерію згоди $P(0,25; 7)$. Отримуємо значення $\chi^2 = 0,994$. Оскільки табличне значення критерію згоди більше рівня значущості ($0,994 > 0,1$), адекватність задовольняється.

Висновки. Апробування результатів моделювання, виконане згідно найкращим параметрам роботи плуга на швидкості $V = 2$ м / с зі змінними циліндричної пружиною постійної жорсткості $C = 240 \cdot 10^3$ Н/м і конічної пружиною змінної жорсткості, підтвердили адекватність математичної моделі об'єкту дослідження. Адекватність моделі підтверджена за критерієм Пірсона, так як табличне значення критерію згоди $P(\chi^2; q) = 0,994$, що більше рівня значущості $[1 - \Phi(x)] = 0,1$. Кількісна оцінка ідентичності моделі, отримана за результатами дослідження, дала значення ступеня ідентичності $\xi = 0,74$, що дає нам право враховувати тільки один вхідний фактор – опір ґрунту, який чинить робить основний вплив на тяговий опір корпусу плуга.

Список використаних джерел

1. Райбман Н. С., Чадеєв В. М. Построение моделей процессов производства. М.: Энергия, 1975.- 375 с.
2. Лурье А. Б., Любимов А. И. Широкозахватные почвообрабатывающие машины. Л.: Машиностроение. 1981. 270 с.



3. Дюжаев В. П., Рогач Ю. П. Апробирование результатов моделирования корпуса плуга на упругой подвеске // Праці ТДАТА. Вип. 31. Мелітополь, 2005. С. 62-68.

4. Дюжаев В. П. Исследование математической модели динамической системы «корпус плуга на упругой подвеске - почва» // Праці ТДАТА. Вип. 27. Мелітополь, 2005. С. 97-101.

5. Лурье А. Б. Статистическая динамика сельскохозяйственных агрегатов. Л.: Колос, 1970. 376 с.

6. Доспехов Б. А. Методика полевого опыта. М.: Агропромиздат. 1985. 351 с.

МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ СТЕПЕНИ ИДЕНТИЧНОСТИ И АДЕКВАТНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ОБЪЕКТУ ИССЛЕДОВАНИЯ

В. П. Дюжаев, Л. Ю. Бондаренко

Аннотация – сельскохозяйственные агрегаты представлены в качестве многомерных динамических систем при действующих разнообразных воздействиях. При разработке математических моделей учитываются не все воздействия, а только главные, которые делают основное влияние на динамические характеристики объекта исследования. Для почвообрабатывающих агрегатов основным воздействием принято сопротивление почвы, если исследуется тяговое сопротивление орудия. В статистических расчетах возможно использование информационной или дисперсионной оценки этого допущения. В результате имитационного моделирования динамики взаимодействия корпуса плуга на упруго-шарнирной подвески с почвой и проведения экспериментального исследования динамической системы в условиях нормального функционирования определены адекватность модели объекта исследования и степень идентичности модели. Для количественной оценки степени идентичности модели применяем дисперсионную оценку $\xi = D_F / D_x$. Численно степень идентичности ξ равна квадрату коэффициента корреляции ρ^2 между случайной величиной y на входе и выходной переменной x . В результате исследования динамической системы «корпус плуга на упругой подвеске - почва» на агрегате, состоящего из трактора Т-150 К и плуга ПЛП 5 - 35 на скорости агрегата $V = 2$ м / с, с цилиндрической пружиной постоянной жесткости $C = 240 \cdot 10^3$ Н / м и конической пружиной переменной жесткости с нелинейной характеристикой упругости получаем значение коэффициента корреляции $\rho = 0,86$, следовательно, степень идентичности модели $\xi = 0,74$. Это подтверждает что для решения поставленных задач динамики достаточно учесть один входной фактор – сопротивление грунта, который с высокой степенью идентичности влияет на исходную переменную – тяговое сопротивление корпуса плуга на упругой подвеске. Для определения адекватности модели, при большой выборке измерений, применяем критерий Пирсона. Адекватность модели подтверждена, так как табличное значение критерия согласия $P(\chi^2; q) = 0,994$, что больше уровня значимости $[1 - \Phi(x)] = 0,1$.



METHOD OF DETERMINATION OF THE STUDY OF IDENTITY AND ADEQUACY OF THE MATHEMATICAL MODEL OF THE STUDY OBJECT

V. Diuzhaiev, L. Bondarenko

Summary

Agricultural units are presented as multidimensional dynamic systems with a variety of impacts. When developing mathematical models, not all influences, but only the main ones, which have a major impact on the dynamic characteristics of the research object, are taken into account. For soil cultivating units resistance to soil is accepted, if traction resistance of an instrument is investigated. In statistical calculations it is possible to use an information or dispersion estimate of this assumption. As a result of simulation of the dynamics of the interaction of the plow body with the elastic-hinged suspension with soil and the experimental study of the dynamic system in conditions of normal operation, the adequacy of the model of the research object and the degree of identity of the model is determined. For a quantitative assessment of the model's identity, we use the dispersion estimate $\xi = D_F / D_x$. The numerical degree of identity ξ is equal to the square of the correlation coefficient ρ^2 between the random variable y on the input and the output variable x . As a result of the study of the dynamic system "plow case on an elastic suspension - soil" on an aggregate consisting of a tractor T-150 K and a plow PLP 5 to 35 at the aggregate speed $V = 2$ m / s, with a cylindrical spring of constant stiffness $C = 240 \cdot 10^3$ N / m and a conical spring of a rigidity variable with a non linear elasticity characteristic we obtain the value of the correlation coefficient $\rho = 0,86$, hence, the degree of identity of the model $\xi = 0.74$. This confirms that in order to solve these tasks dynamics it is enough to take into account one input factor or – the resistance of the soil, which, with a high degree of identity, affects the output variable – the traction resistance of the plow body on an elastic suspension. To determine the adequacy of the model, with a large sample of measurements, we apply the Pearson criterion. The adequacy of the model is confirmed, because the table value of the agreement criterion $P(\chi^2; q) = 0.994$, which is greater than the significance level $[1 - F(x)] = 0.1$.