



УДК 514.182.7

DOI: 10.31388/2220-8674-2019-1-64

**ЗГУЩЕННЯ СПІРАЛЕПОДІБНИХ ТА ЗАМКНЕНИХ
ДИСКРЕТНО ПРЕДСТАВЛЕНИХ КРИВИХ
В ПОЛЯРНІЙ СИСТЕМІ КООРДИНАТ ІЗ КОРЕКЦІЄЮ
ОСЦИЛЮЮЧИХ ДІЛЯНОК**

Мацулевич О. Є., к.т.н., <https://orcid.org/0000-0001-5553-709X>
Вершков О. О., к.т.н., <https://orcid.org/0000-0001-5137-3235>
Коломієць С. М., к.т.н., <https://orcid.org/0000-0002-4307-0709>
Щербина В. М., к.т.н. <https://orcid.org/0000-0002-0616-8010>
Таврійський державний агротехнологічний університет
Тел. (0619) 42-24-36

Анотація – інтерполяція спіралеподібних дискретно представлених кривих (ДПК) у декартовій системі координат вимагає використання локальних методів згущення. При цьому спостерігається збільшення числа параметрів, що спричиняє ускладнення обчислювального апарата і зниження точності у зв'язку із неоднозначністю, відносно вісі абсцис. Застосування полярної системи координат для вирішення проблемних задач інтерполяції неоднозначних (спіралеподібних або замкнених ДПК) дозволяє уникнути цих ускладнень. Таким чином, виникає необхідність розробки нових методів згущення неоднозначних ДПК у полярній системі координат за критеріями, що визначають екстремальні співвідношення між відхиленнями.

В роботі пропонується спосіб згущення спіралеподібних та замкнених дискретно представлених кривих із можливістю корекції проблемних (осцилюючих) ділянок.

Використання запропонованих методів полягає у оптимізації параметрів і характеристик процесів, представлених дискретними точковими масивами в полярній системі координат, у підвищенні точності моделювання і скороченні термінів проектування.

Ключові слова: дискретно представлена крива (ДПК), супроводжуюча ламана лінія (СЛЛ), осциляція, опуклість, спіралеподібна ДПК, корекція осцилюючих ділянок.

Постановка проблеми. Велика розмаїтість практичних задач дискретного геометричного моделювання пов'язана з наявністю різного роду похибок, якими обтяжені вихідні дані, при цьому число параметрів кривої, що моделюється, в багато разів менше числа заданих точок дискретної множини. Для успішного розв'язання зазначених задач доцільно скористатися статистичними методами, що припускають наявність якого-небудь критерію наближення.



Застосування полярної системи координат (ρ, φ) при розв'язанні задач дискретної інтерполяції спіралеподібних і замкнених дискретно представлених кривих (ДПК) дозволяє спростити математичний апарат моделювання та уникнути неоднозначності кривих з забезпеченням відсутності осциляції.

При цьому у якості вихідних даних можуть виступати однозначні чи неоднозначні, стосовно осі абсцис, ДПК, задані в декартовій чи полярній системах координат, щодо яких багато питань дискретного геометричного моделювання не розглянуто (критерії наближення, запобігання осциляції, ознаки опуклості і т.д.)

Аналіз останніх досліджень.

Попередні публікації [1,4] розглядають перспективні способи та додаткові можливості дискретної інтерполяції, які враховують внутрішню геометрію ДПК у вигляді кутів суміжності та закономірності їх зміни. У роботах [2,3] розглядається згущення точкових рядів та однозначних дискретно представлених кривих на основі кутів суміжності та на основі перевищень точок згущення над хордами вихідної ДПК у декартовій системі координат. Однак розв'язання задач дискретної інтерполяції спіралеподібних та замкнених ДПК зручніше проводити у полярній системі координат у зв'язку з їх неоднозначністю відносно осі Ox , а ці питання не отримали подальшого розвитку.

Також, у попередніх дослідженнях, при розгляданні перспективних способів та додаткових можливостей дискретного моделювання, які враховують внутрішню геометрію ДПК у вигляді кутів суміжності та закономірності їх зміни, поза увагою лишилися питання непередбаченої осциляції ланок ДПК та їхньої корекції.

Формулювання цілей статті. Виходячи із вищезазначеного, виникає необхідність розробки нових методів апроксимації неоднозначних ДПК у полярній системі координат за критеріями, що визначають екстремальні співвідношення між відхиленнями, що й обумовлює актуальність поставленої задачі.

Основна частина. В роботі пропонується спосіб інтерполяції дискретно представлених кривих (ДПК) із корекцією осцилюючих точок моделюємої кривої, який полягає в наступному:

1. Проводиться перевірка опуклості (відсутність осциляції) спіралеподібної ДПК на основі кутів суміжності ланок супроводжуючої ламаної лінії (СЛЛ).

2. Визначаються осцилюючі точки вздовж всієї супроводжуючої ламаної лінії (СЛЛ).

3. Відкидаються ці осцилюючі точки, а попередні та наступні від них точки СЛЛ, на кожній ланці, поєднуються.

4. Замість відкинутих осцилюючих точок визначаються проміжні точки, які задовольняють вимогам опуклості на конкретній ділянці (рис.1).

Розглянемо фрагмент довільної спіралеподібної ДПК у полярній системі координат (рис. 1). Задача інтерполяції полягає в побудові проміжних точок (визначенні радіусів $\rho_{i+0,5}$ на довільній сітці кутів $\varphi_{i+0,5}$), що задовольняють вимогам опуклості на визначеній ділянці. Розглянемо схему, представлену на рис. 1.

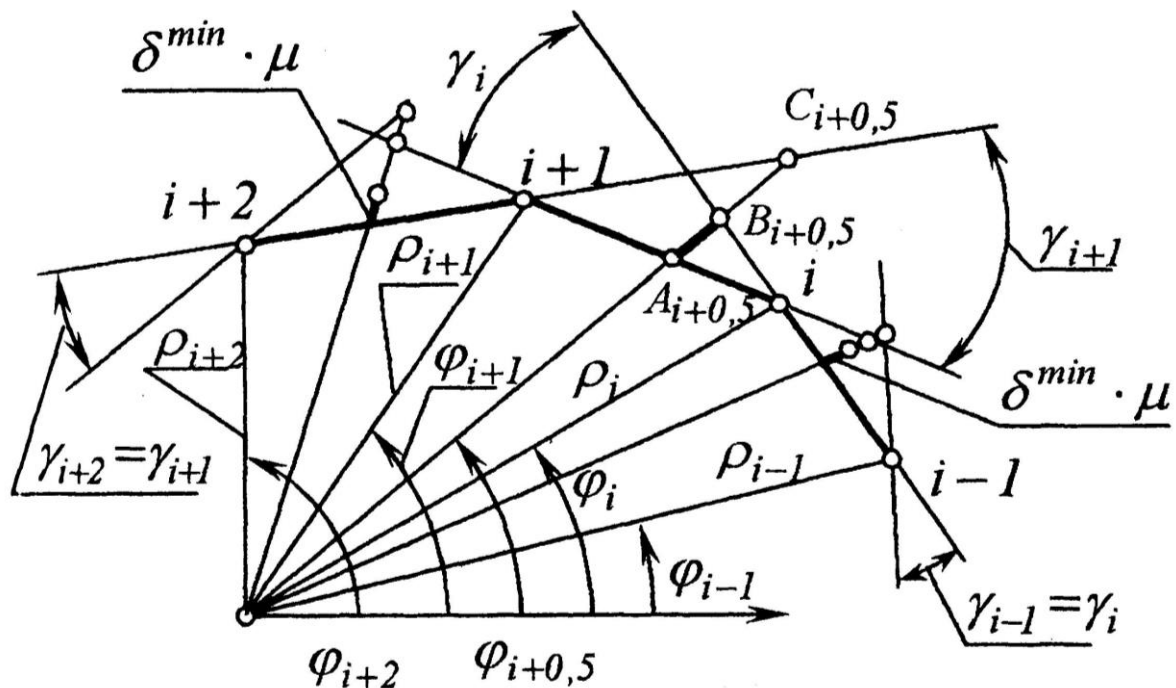


Рисунок 1 – Схема визначення проміжних точок спіралеподібної ДПК в полярній системі координат

Алгоритм визначення $\rho_{i+0,5}$ полягає в наступному:

1. Визначаються значення $\rho_{A_{i+0,5}}$ за формулою [1]:



$$\rho_{Ai+0,5} = \frac{\rho_i \cdot \rho_{i+1} \cdot \sin(\varphi_{i+1} - \varphi_i)}{\rho_i \cdot \sin(\varphi_{i+0,5} - \varphi_i) + \rho_{i+1} \cdot \sin(\varphi_{i+1} - \varphi_{i+0,5})} \quad (1)$$

2. Визначаються значення $\rho_{Bi+0,5}$ за формулою:

$$\rho_{Bi+0,5} = \frac{\rho_i \cdot \rho_{i-1} \cdot \sin(\varphi_i - \varphi_{i-1})}{\rho_{i-1} \cdot \sin(\varphi_{i+0,5} - \varphi_{i-1}) - \rho_{i+1} \cdot \sin(\varphi_{i+0,5} - \varphi_i)} \quad (2)$$

3. Визначаються значення $\rho_{Ci+0,5}$ за формулою:

$$\rho_{Ci+0,5} = \frac{\rho_{i+1} \cdot \rho_{i+2} \cdot \sin(\varphi_{i+2} - \varphi_{i+1})}{\rho_{i+2} \cdot \sin(\varphi_{i+2} - \varphi_{i+0,5}) - \rho_{i+1} \cdot \sin(\varphi_{i+1} - \varphi_{i+0,5})} \quad (3)$$

4. Порівнюючи значення $\rho_{Bi+0,5}$ і $\rho_{Ci+0,5}$ знаходиться менше з

них (для схеми, яка наведена на рис.1 маємо $\rho_{Bi+0,5} < \rho_{Ci+0,5}$).
З метою запобігання виникненню осциляції точку згущення слід вибрати в середині діапазону $(Ai+0,5 \ Bi+0,5) = \delta i+0,5$.

5. Аналогічно знаходиться діапазони для всіх ланок вихідної ДПК окрім першої і останньої.

6. Вибирається серед цих діапазонів найменший δmin .

7. Визначаються координати точок згущення за формулою:

$$\rho_{i+0,5} = \rho_{Ai+0,5} + \delta^{min} \cdot \mu_i, \quad \mu_i \in [0;1] \quad i = 0;n-1 \quad (4)$$

де μ_i - коефіцієнт повноти обводу [5].

Згідно з наведеним алгоритмом (як видно з рис. 1 та з формул (1-3)) неможливо побудувати точки згущення для першої і останньої ланки вихідної ДПК. Для їх визначення призначимо кут суміжності

γ_0 такий саме, як і γ_1 а кут суміжності γ_n такий саме, як і γ_{n-1} (рис.1) після чого, за формулою (4), знаходимо шукані точки згущення.

Висновки.

Моделювання спіралеподібних ДПК у полярній системі координат запропонованим способом дозволяє забезпечити



відсутність осциляції розв'язку при моделюванні, значно спростити математичний апарат та здійснювати моделювання як на рівномірній, так і на нерівномірній сітці кутів φ .

Список використаних джерел

1. *Найдиш В. М.* Перспективні способи дискретної інтерполяції / В. М. Найдиш // Тез. доп. Міжнар. наук. - практ. конференції. Донецьк, ДонГТУ. 2000. С. 19-20.
2. *Найдиш В. М.* Згущення однозначних дискретно представлених кривих на основі кутів суміжності. / В. М. Найдиш, В. М. Щербина // Прикл. геом. та інж. граф. Прац ТДАТА, Вип. 4, т. 17. Мелітополь, ТДАТА, 2002. С. 3-7.
3. *Найдиш А. В.* Згущення точкових рядів на основі кутів суміжності. / А. В. Найдиш, В. О. Лебедєв // Прикл. геом. та інж. граф. Прац ТДАТА, Вип. 4, т. 19. Мелітополь, ТДАТА, 2003. С. 26-31.
4. *Найдиш В. М.* Додаткові можливості дискретної інтерполяції. / В. М. Найдиш // Прикл. геометрія та інж. граф. К. КДТУБА, 2000. Вип. 67. С. 17-22.
5. *Найдиш В. М.* Локальне згущення ДПК довільної конфігурації. / В. М. Найдиш, А. В. Найдиш // Геом. та комп. моделювання. Прац ХДУХТ, Вип. 9. Харків, ХДУХТ, 2005. С. 73-81.
6. *Найдиш А. В.* Завдання спіралеподібних ДПК у полярній системі координат. / А. В. Найдиш, О. Є. Мацулевич // Прикл. геом. та інж. граф. Праці ТДАТА, Вип. 4, т. 17. Мелітополь, ТДАТА, 2002. С. 18-22.
7. *Мирдавидов М. М.* Вопросы конструирования выпуклых замкнутых кривых в дискретной форме / М. М. Мирдавидов. // Прикл. геометрія та інж. граф. -К КИСИ, 1980.- Вип. 32, с. 34-36.

СГУЩЕНИЕ СПИРАЛЕВИДНЫХ И ЗАМКНУТЫХ ДИСКРЕТНО ПРЕДСТАВЛЕННЫХ КРИВЫХ В ПОЛЯРНОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ С КОРРЕКЦИЕЙ ОСЦИЛЛИРУЮЩИХ ЗВЕНЬЕВ

Мацулевич А.Е., Вершков А.А., Коломиец С.М. Щербина В.М.,

Аннотація

Интерполяция спиралевидных дискретно представленных кривых (ДПК) в декартовой системе координат требует использования локальных методов сгущения. При этом наблюдается увеличение числа параметров, вызывает осложнения вычислительного аппарата и снижение точности в связи с



неоднозначностью относительно оси абсцис. Применение полярной системы координат для решения проблемных задач интерполяции неоднозначных (спиралевидных или замкнутых ДПК) позволяет избежать этих осложнений. Таким образом, возникает необходимость разработки новых методов сгущения неоднозначных ДПК в полярной системе координат по критериям, определяющим экстремальное соотношение между отклонениями

В работе предлагается способ сгущения спиралевидных и замкнутых дискретно представленных кривых с возможностью коррекции проблемных (осциллирующих) участков.

Использование предложенных методов заключается в оптимизации параметров и характеристик процессов, представленных дискретными точечными массивами в полярной системе координат, в повышении точности моделирования и сокращении сроков проектирования.

Ключевые слова: дискретно представленная кривая, сопровождающая ломанная линия, осцилляция, выпуклость, спиралеподобная дискретно представленная кривая, коррекция осциллирующих участков.

CONDENSATION HELICOID AND CLOSED DISCRETELY SUBMITTED CURVES IN POLAR SYSTEM OF COORDINATES WITH CORRECTION OSCILLATION PARTS

A. Matsulevych, A. Vershcov, S. Kolomijets, V. Shcherbina

Summary

The big variety of practical tasks of discrete geometrical modelling is connected to presence of a different sort of mistakes by which the initial data are made heavier. Thus, number of parameters of a curve which is modelled, many times less numbers of the set points of discrete set.

Interpolation of helicoid discretely submitted curves (DSC) in the cartesian system of coordinates demands use of local methods of a condensation. Thus the increase in number of parameters is observed, causes complications of the computing device and decrease in accuracy in connection with ambiguity concerning an axis абсцис. Application of polar system of coordinates for the decision of problem tasks of interpolation ambiguous (helicoid or closed DSC) allows to avoid these complications.

But, if, as the initial data to use unequivocal or ambiguous, concerning an axis OX, DSC, set in the cartesian or polar systems of coordinates there are many questions of discrete geometrical modelling which, in this case, are not considered. It concerns questions of definition of criteria of approximation, and prevention oscillation.

Thus, there is a necessity of development of new methods of a condensation ambiguous DSC in polar system of coordinates by the criteria determining extreme ratio between rejections.

In work the way of a condensation of the helicoid and closed discretely submitted curves with an opportunity of correction problem (oscillation) sites is offered. Use of the suggested methods consists in optimization of parameters and characteristics of the processes submitted by discrete dot files in polar system of coordinates, in increase of accuracy of modelling and reduction of terms of designing.

Key words: discretely submitted curve (DSC), accompanying line (AL), oscillation, camber, spiral DSC, correction oscillation sites.