

DOI <https://doi.org/10.32782/2220-8674-2025-15-1-16>

УДК 631.362.6

С. П. Степаненко, д-р техн. наук

В. Г. Мироненко, д-р техн. наук

С. П. Погорілий, д-р техн. наук

А. Я. Кузьмич, канд. техн. наук

В. О. Швидя, канд. техн. наук

І. С. Попадюк, мол. наук. співр.

ORCID: 0000-0002-8331-4632

ORCID: 0000-0002-1227-2471

ORCID: 0000-0002-9701-2678

ORCID: 0000-0003-3102-0840

ORCID: 0000-0002-8113-2173

ORCID: 0000-0001-5138-9499

Інститут механіки та автоматики агропромислового виробництва Національної академії аграрних наук України

e-mail: stepanenko_s@ukr.net

АНАЛІЗ ТА РОЗВИТОК МОДЕЛЕЙ ВІБРАЦІЙНОГО ПЕРЕМІЩЕННЯ ЗЕРНІВКИ В ПРОЦЕСАХ СЕПАРУВАННЯ ЗЕРНОВИХ МАТЕРІАЛІВ

Анотація. Удосконалення технологічного процесу підготовки зернового матеріалу та технічних пристроїв на базі узагальнення наявних математичних моделей процесів вібраційного розділення є актуальною задачею. Метою досліджень є побудова математичної моделі для часткового випадку вібраційного переміщення зернівки в процесах сепарування з урахуванням повздовжнього переміщення зернового матеріалу. Дослідження проведено з використанням методів математичного моделювання, в основі яких формалізований опис у вигляді диференціальних рівнянь, нестационарного процесу сепарування зернових матеріалів на вібраційній поверхні сепаратора з урахуванням повздовжнього переміщення. У результаті проведених досліджень сформовано математичний опис процесу вібраційного переміщення зернівки в процесах сепарування зернових матеріалів на коливній поверхні сепаратора з урахуванням повздовжнього переміщення зернівки у вигляді математичної моделі для визначення розподілу траєкторій руху матеріалу за довжиною опорної поверхні. Отримані результати досліджень указують на складність математичного моделювання процесів сепарування зернових матеріалів і відсутність загального підходу до вирішення проблем взаємодії твердих тіл обмежених розмірів із шорсткою поверхнею та між собою. Незважаючи на це, деякі роботи присвячено аналізу різних режимів руху часток, як-от ковзання без перекошування, перекошування без ковзання та їх поєднання. Для подальшого розвитку досліджень необхідно вдосконалити математичні моделі та розширити аналіз режимів руху часток для врахування більш широкого спектру сценаріїв. Перспективним є вивчення взаємодії твердих тіл обмежених розмірів із шорсткою поверхнею з урахуванням різних форм тіл і різних типів коливань поверхні, які дозволять краще узгоджувати теоретичні результати з експериментальними даними.

Ключові слова: рівняння рівноваги, сили тертя, зерновий матеріал, математична модель, переміщення, швидкість.

Постановка проблеми. Попереднє очищення свіжозібраного зернового матеріалу, який має велику кількість бур'янів та зазвичай підвищену вологість, є найважливішою технологічною операцією в післязбиральному обробленні зерна. Численні дослідження показують, що попередня підготовка зернового матеріалу перед подачею на основні органи машин підвищує ефективність подальшого процесу сепарування. Пошук математичних моделей, які описують даний процес, показав, що існують технічні рішення для здійснення попередньої підготовки зернового матеріалу, а також моделі, які частково описують цей процес. Тому вдосконалення технологічного процесу підготовки зернового матеріалу та технічних пристроїв на базі уза-

гальнення наявних математичних моделей процесів вібраційного розділення є актуальною задачею.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Тема моделювання руху частинок у потоці зернового матеріалу є важливою в контексті процесу вібротранспортування, а також очищення та розділення неоднорідних сумішей [1–3]. Ці процеси відіграють велику роль у таких галузях промисловості, як видобуток вугілля, охорона навколишнього середовища та перероблення відходів АПК, а також сільське господарство та харчова промисловість, особливо враховуючи великий обсяг матеріалів, що залучені у ці процеси [4–5]. Математична модель, розроблена належним чином, може бути використана для підтримки цих процесів, передбачаючи поведінку оброблюваного матеріалу під час їх перебігу.

Такі якості, як форма, текстура поверхні та маса частинок, неодмінно пов'язані з їх гідродинамічними властивостями [6; 8–10]. Це дозволяє використовувати їх як дискримінаційні ознаки для розділення частинок схожих розмірів, що не можна повністю досягти іншими засобами. Цей метод, відомий як вібраційне розділення, особливо важливий тоді, коли між бажаним матеріалом та відходами відбуваються значні відмінності у формі та масі, а також спостерігаються різні розміри частинок [7; 11–13]. Це часто має місце в сільському господарстві (наприклад, зерно порівняно з оболонками та шкаралупою), а також за сортування частково біомаси для виробництва відновлювальної енергії та управління відходами [4; 8; 16]. Із цієї причини вібраційне розділення оцінюється як основний та додатковий метод розділення.

Складність рівнянь гідродинаміки значно ускладнює будь-який теоретичний опис процесів вібраційного транспортування та розділення. Таким чином, практично обов'язковою є база будь-якої моделі на експериментально вимірних параметрах, як-от критична швидкість. Проте справедливе порівняння можливе лише між різними дослідженнями та різними експериментальними умовами, коли надається повний безрозмірний аналіз.

Слід зазначити, що в проведених дослідженнях [8–10] оцінено вплив вологості, розміру частинок та швидкості повітря на ефективність розділення. Хоча автори заявили, що їх результати дозволяють розраховувати параметри для різних складових частинок, вони не навели жодних прикладів таких розрахунків.

Набагато кращим теоретичним фундаментальним дослідженням є робота [17], де надано опис загальної моделі циркуляції (GCM) як складної системи багатодисперсного двофазного потоку повітря – тверде тіло, що враховує силу тяжіння, тертя та опір повітряного потоку, але не враховано кут введення матеріалу в потік.

Це було виправлено Б. І. Котовим і С. П. Степаненком [6], які запропонували модель взаємодії між частинкою та масовим потоком, виражену у вигляді набору диференціальних рівнянь, із частковим описом твердого тіла.

Комп'ютерне моделювання є визнаним методом у дослідженнях багатодисперсних середовищ. Приклад такого підходу в контексті оброблення сільськогосподарської продукції можна знайти, наприклад, у праці [18].

Формулювання мети статті (постановка завдання). Мета дослідження – побудова математичної моделі для часткового випадку вібраційного переміщення зернівки в процесах сепарування з урахуванням повздовжнього переміщення зернового матеріалу.

Результати дослідження. Розглядається проблема переміщення твердого тіла по шорсткій поверхні, що здійснює гармонійні коливання. Теоретично переміщення матеріальної частинки у вібраційному режимі найбільш детально вивчено у випадку прямолінійного руху частинки по нахилений поверхні, де вона здійснює поступальні коливання [1]. Такий рух частинки включає етапи ковзання вперед і назад, етапи польоту та відносного спокою. Наявність кож-

ного із цих етапів і послідовність їх чергування визначаються параметрами системи «вібро-площина – частка».

Для подальшого аналізу виберемо координатні вісі Oxz , які жорстко пов'язані з віброуючою поверхнею (рис. 1). Етапи ковзання частинки можна описати рівнянням:

$$m \cdot \ddot{x} = m \cdot g \cdot \sin \gamma + F_T + F_i, \quad (1)$$

де m – маса частки;

γ – кут нахилу коливальної площини;

F_T – сила тертя; $F_T = -f \cdot N \cdot \text{sign}(\dot{x})$; $\dot{x} \neq 0$;

f – коефіцієнт тертя ковзання;

N – нормальна реакція коливальної площини;

F_i – переносна сила інерції.

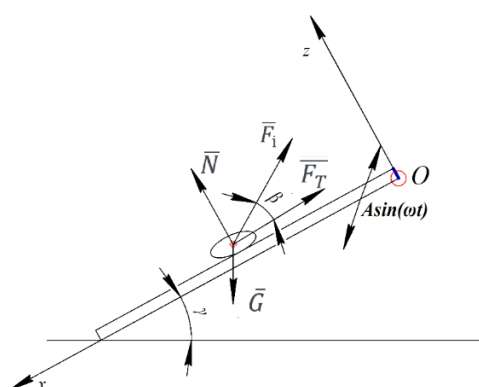


Рис. 1. Схема сил, які діють на матеріальну частинку, за умов прямолінійного руху

Нормальну реакцію коливальної площини можна обчислити за допомогою рівняння:

$$N = m \cdot g \cdot \cos \gamma - F_{iz} \quad (2)$$

У випадку, коли значення N менше за нуль, частинка (наприклад, насіння) відокремлюється від віброуючої площини і рухається в стиснутому стані в зерновому середовищі (стиснений політ частки).

Важливо відзначити, що стан спокою відповідає таким умовам:

$$\dot{x} = 0; |F_T| \leq f_0 \cdot N; \quad (3)$$

де f_0 – коефіцієнт тертя у стані спокою.

Однією з основних характеристик вібраційного переміщення частинки є середня швидкість переміщення ϑ_s за період T коливань площини, яка визначається такою формулою:

$$\vartheta_s = T^{-1} \cdot \int_0^T \vartheta(t) dt \quad (4)$$

Формула (4) визначає характер та інтенсивність технологічного процесу. У науковій літературі зазвичай досліджується залежність середньої швидкості переміщення ϑ_s від параметрів процесу під час прямолінійного руху частинки на коливальній площині.

Визначення ϑ_s пов'язано з інтегруванням нелінійного диференціального рівняння (1), яке на кожному окремому етапі руху є лінійним і може бути легко інтегровано. Головна складність полягає у визначенні моментів переходу t_j від одного етапу руху частинки до іншого. Найбіль-

ший практичний інтерес становлять режими руху частинок, які характеризуються циклічним чергуванням етапів руху. Часто такі режими встановлюються через певний час після того, як частинка потрапила на коливну поверхню. Особливу увагу слід звернути на так звані регулярні режими, в яких частинка переміщується з постійною середньою швидкістю протягом періоду. Вивчення характеру та навіть зон існування різних стійких усталених режимів руху частинки є однією з основних задач теорії.

Досить детально досліджено безвідмовний рух частинки за умов гармонійних прямолінійних коливань площини [2–4], якому:

$$F_i = m \cdot A \cdot \omega^2 \cdot \sin[\omega \cdot t] \quad (5)$$

де A, ω – амплітуда та частота коливань віброуючої поверхні.

У наукових дослідженнях [3; 4; 5] детально розглядається, що всі регулярні режими безвідмовного руху мають період «перемикань», який збігається з періодом коливань поверхні T . Крім тривіального випадку відносного спокою, можна виділити всього чотири режими. У трьох режимах частинка зупиняється на певний час, а в одному режимі вона ковзає вперед і назад з миттєвими зупинками.

В окремому режимі частинка ковзає лише в одному напрямку, тоді як в інших режимах є етапи ковзання як у позитивному, так і в негативному напрямку. Дослідження стійкості [6–8] показують, що всі можливі режими руху частинки, що встановилися, стійкі щодо моментів переходу t_j у всій області їх існування. У роботах [9–10] приводиться алгоритм для визначення середньої швидкості переміщення частинки для встановлених режимів.

Поставлення завдань вібраційного переміщення часток впливає з особливостей досліджуваних процесів. Наприклад, ефективність вібраційної сепаруючої машини залежить від швидкості переміщення часток зернового матеріалу на поверхні коливної площини. Тому пошук оптимальних параметрів процесу (як-от кут вібрації, амплітуда, частота, форма коливань тощо) за відповідних обмежень пов'язаний з досягненням максимальної середньої швидкості переміщення. Ця мета визначається в дослідженнях режимів із підкиданням, за встановлення ідеальних законів руху коливної площини та використання двокомпонентних коливань віброплощини.

У випадку двовимірного руху матеріальної частки по віброплощині етапи ковзання можна описати рівняннями (див. рис. 2):

$$\begin{cases} m \cdot \ddot{x} = m \cdot g \cdot \sin \gamma + F_{Tx} + F_{ix}, \\ m \cdot \ddot{y} = F_{Ty} + F_{iy}, \end{cases} \quad (6)$$

де $F_T = -f \cdot N \cdot k$; $k = \frac{v}{g}$; $v \neq 0$; $N = m \cdot g \cdot \cos \gamma - F_{iz}$;

v – відносна швидкість частинки.

Стан відносного спокою визначається умовою, аналогічною (3):

$$\dot{x} = 0; |F_T| \leq f_0 \cdot N$$

Рівняння (6) є нелінійними та, в загальному випадку, не піддаються інтегруванню у квадратах. Існує лише одне точне рішення цих рівнянь, яке відрізняється від рішень, що відповідають прямолінійному руху та руху по нерухомій площині. Це розв'язання відоме як класична задача Жуковського про плоский розсів [11]. У цій задачі розглядається рух частинки по горизонтальній площині, що здійснює поступальні кругові коливання. При цьому точки площини рухаються в цій же площині по кругових траєкторіях із радіусом r та рівномірною частотою ω . Таким чином, узагальнені рівняння руху можна отримати з рівняння (4), припускаючи, що:

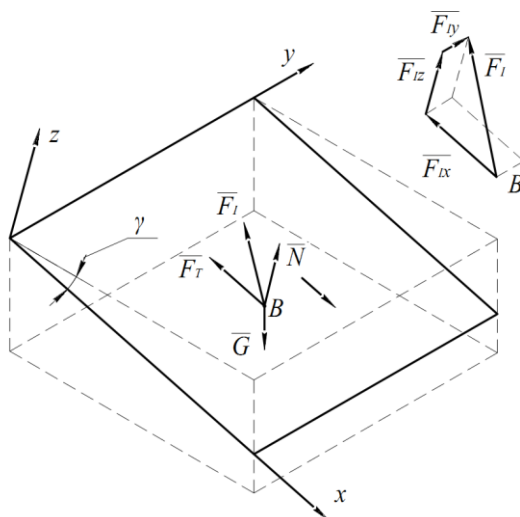


Рис. 2. Схема сил, яка діє на матеріальну частку за умов плоского руху

$$\gamma = 0;$$

$$F_{ix} = m \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos[\omega \cdot t], \quad (7)$$

$$F_{iy} = m \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \sin[\omega \cdot t], \quad (8)$$

$$F_{iz} = 0, \quad (9)$$

Слід відмітити, що частка може знаходитися на поверхні в стані спокою, якщо $f_0 \cdot g \geq r \cdot \omega^2$, де (f_0 – коефіцієнт тертя спокою); та за $f_0 \cdot g < r \cdot \omega^2$, рівняння (6) з урахуванням (7–9) отримає рішення:

$$x = r \cdot \sqrt{1 - z^2} \cdot \sin[\omega \cdot t - \vartheta], \quad (10)$$

$$y = r \cdot \sqrt{1 - z^2} \cdot \cos[\omega \cdot t - \vartheta], \quad (11)$$

$$z = \frac{f \cdot g}{r \cdot \omega^2}, \quad (12)$$

Отже, рівняння (10–11) відповідають руху частинки відносно площини з коловою траєкторією з радіусом r_0 :

$$r_0 = r \cdot \sqrt{1 - z^2}, \quad (13)$$

Рух частинки відстає по фазі від коливань поверхні на величину:

$$\theta = \frac{\pi}{2} + \cosh[z], \quad (14)$$

У численних розвідках [8; 10–14] досліджується розв’язання задачі Жуковського. Методом малого параметра вивчаються такі аспекти:

- вплив кута нахилу площини;
- випадок коливань площини, що наближаються до колових;
- випадок додаткових малих поперечних коливань;
- випадок похилої прецесії площини навколо вертикальної осі.

Варто відзначити, що обмежена кількість досліджень щодо двовимірного руху частки пояснюється, з одного боку, неочевидністю практичного застосування результатів цих досліджень, а з іншого – складністю отримання будь-яких кінцевих співвідношень і залежностей.

Загалом, теорія вібраційного переміщення матеріальної частинки, що має самостійне значення, також може служити основою для вивчення руху твердого тіла з кінцевими розмірами. Чим більше відстань, яку проходить тверде тіло, порівняно з його розмірами, тим менші відмінності між його інтегральними характеристиками та відповідними характеристиками матеріальної частинки.

Процес об'ємної вібраційної обробки зернових матеріалів відбувається за рахунок відносного прослизання і зіткнень між точками віброуючої поверхні й зернового матеріалу (часток). З точки зору механіки це можна розглядати як переміщення одного твердого тіла по поверхні іншого. У науковій літературі наразі відсутній системний підхід до вирішення проблем взаємодії твердого тіла кінцевих розмірів із шорсткою поверхнею. В опублікованих роботах розглядаються лише окремі випадки цієї взаємодії. Відомі класичні завдання аналітичної механіки про кочення твердих тіл по нерухомій площині. Наприклад, у теорії гіроскопів досліджується рух тіл, що швидко обертаються та спираються однією точкою на шорстку поверхню (як дзига). У низці робіт розглядаються окремі етапи руху твердого тіла або його граничний стан під час переходу від одного етапу руху до іншого; основна увага в даних працях приділяється питанням використання різних моделей системи з поверхневими силами тертя.

Відсутність загального підходу до розв'язання цих завдань може бути пояснена декількома причинами: різноманітністю усіх можливих форм твердих тіл, складністю процесів, які відбуваються в області контакту тіла з поверхнею, та слабкою узгодженістю граничних випадків у застосуванні методів їх дослідження.

Кількість робіт, в яких вивчається рух твердого тіла по шорсткій поверхні, досить різноманітна. Наприклад, у роботах [16–17] наведено результати експериментальних досліджень вібраційного транспортування зернових матеріалів. Однією з характерних особливостей руху таких матеріалів є виникнення ефекту самоорієнтації на коливаючих поверхнях, коли вони прагнуть розвернутися так, щоб їхні поздовжні осі збігалися з напрямом коливань.

На основі результатів досліджень [1–6], які стосуються закону руху матеріалу по площині, що коливається, та аналізу залежності сили опору руху від швидкості ковзання, виявлено, що ця сила складається із двох частин: сили безпосереднього контакту та сили в'язкого опору руху об'єкта (твердого тіла) по віброуючій поверхні, що зумовлена наявністю деякого прошарку на цій поверхні.

Рівняння руху об'єкта (твердого тіла) у вигляді одномасової в'язкопластичної моделі з різними значеннями коефіцієнтів опору на етапах руху вперед і назад має вигляд (припускаючи горизонтальність робочої поверхні та кут вібрації, що дорівнює нулю) [8; 9]:

$$\ddot{x} = A \cdot \omega^2 \cdot \sin[\omega \cdot t] \mp f_{\pm} \cdot g - \frac{\varepsilon_{\pm}}{m} \cdot \dot{x}, \quad (15)$$

де $\varepsilon_{\pm}$ – коефіцієнт в'язкого опору зернового середовища [10];

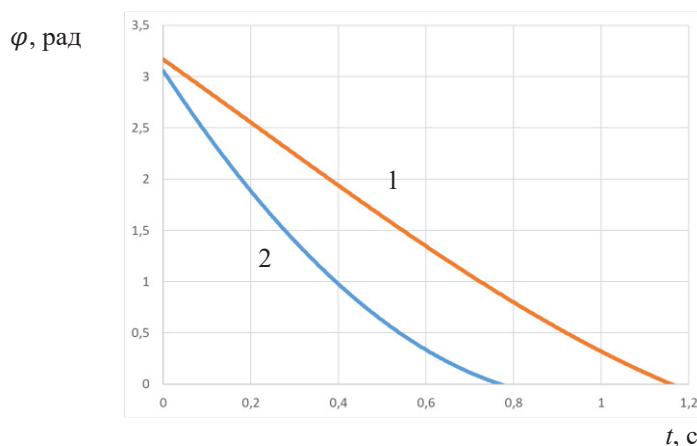
$$\varepsilon_{\pm} = 17 \cdot 10^{-3} - 44 \cdot 10^{-3} \text{ нс/м};$$

Результати чисельного розв'язання рівняння (15) добре корелюють з експериментальними даними [15].

Спеціальні дослідження [16–18] було проведено для визначення залежності кута повороту частки (твердого тіла) за її орієнтації на коливній площині від часу та параметрів коливань.

Виявлено ефект кращого розвороту (самоорієнтації) частки в напрямку, протилежному до «злому» частки. Автори [16–17] пояснюють це як результат незбігу осі інерції частки та

осі симетрії площини контакту, а також нерівномірність розподілу тиску частинок зернового середовища на площину. Зміна кута повороту частки φ з часом показана на рис. 3 для окремих значень амплітуди і частоти коливань.



$$1 - A = 0,005 \text{ м, } \omega = 45 \text{ с}^{-1}; 2 - A = 0,005 \text{ м, } \omega = 66 \text{ с}^{-1}$$

Рис. 3. Закон зміни кута орієнтації частки за вібраційного переміщення

У дослідженні [18] аналізується рух плоских часток, що мають бічну поверхню, складену з різних сегментів: плоских різної довжини або криволінійних, включаючи відрізки циліндричної форми, що працюють на «кутовій» вібруючій поверхні.

Ця поверхня представлена як плоска площина з вбудованою перепоною (див. рис. 4), де поздовжні лінії утворюють кут α з осью Oy , а поперечні – кут γ з горизонтальною віссю Ox площини Oxy .

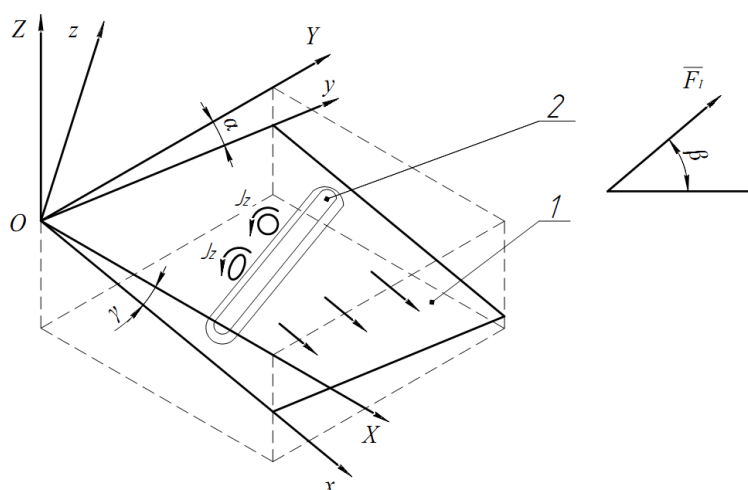


Рис. 4. Рух частки на «кутовій» вібруючій поверхні

Поверхня здійснює прямолінійні поступальні коливання, орієнтовані під кутом β до площини Oxy . Відношення розмірів частки таке, що вона може перекинутися тільки по штучно сформованій «перепоні» поверхні, тоді як по вібруючій поверхні вона може лише ковзати.

Під час руху частки діють сила тяжіння G , нормальні реакції N_1, N_2 та сили тертя F_1, F_2 , відповідно, на першу та другу поверхні. Безвідривний відносний рух частки описується трьома диференціальними рівняннями:

$$\begin{cases} m \cdot \ddot{x} = m \cdot g \cdot \sin \gamma \cdot \cos \alpha + F_i \cdot \sin(\alpha - \beta) \cdot \sin \gamma - N_2 \pm N_1 \cdot f_{\pm} \cdot c_1, \\ m \cdot \ddot{y} = -m \cdot g \cdot \sin \alpha + F_i \cdot \cos(\alpha - \beta) \mp F_2 \mp N_1 \cdot f_{\pm} \cdot c_2, \\ J_0 \cdot \ddot{\phi} = [\pm F_2 \cdot \cos(\delta - \phi) - N_2 \cdot \sin(\delta - \phi) \pm N_1 \cdot f_{\pm} \cdot c_3] \cdot h / \cos(\delta), \end{cases} \quad (16)$$

де h – відстань від центра мас частки до штучної перепони, на якій знаходиться насінина перед її обертанням на поверхні;

F_i – переносна сила інерції;

c_1, c_2, c_3 – коефіцієнти, які залежать від розташування точок дотику частки до штучної перепони та положення частки на віброуючій поверхні.

Кінцеве рішення системи рівнянь (16) у загальному випадку неможливо. Оскільки для орієнтації часток найбільш істотним є сам характер руху, автори обмежуються визначенням умов, за яких здійснюються можливі режими руху: ковзання без перекочування, перекочування без ковзання, перекочування з ковзанням.

У роботі [5; 9] досліджується ефект самоорієнтації частинок під час їх ковзання по похилій площині вібролотка. Аналізується рух частки з трьома точками опори. Варто відзначити, що для пояснення ефекту самоорієнтації за допомогою закону тертя Амонтона – Кулона неможливо, тому автори використовують двочленний закон тертя. Це означає, що сили молекулярного тяжіння між дотичними поверхнями додають додатковий складник N_0 нормального тиску, який прикладено в центрі опорної площини. Це призводить до виникнення моменту сил тертя щодо центру мас C , який прагне надати частинці усталеного положення $\phi = 0$.

$$M_B = -N_0 \cdot f_{\pm} \cdot c_4 \cdot \sin \phi \quad (17)$$

де c_4 – відстань до центру мас від центру опорної площини;

ϕ – кут повороту частки.

На підставі теоретичних досліджень можна зробити висновок, що тіло під час ковзання намагається зайняти таке положення, коли центр мас розташований виключно попереду геометричного центру опорних реакцій. При цьому чим ближче центр мас та геометричний центр опорних точок тіла (частки), тим менше проявляється ефект самоорієнтації.

Для визначення часу t та довжини l ділянки віброповерхні, необхідних для повороту частки з штучною перепорою від ϕ_0 до ϕ , введемо відповідні формули:

$$t = \frac{2 \cdot J_z \cdot T}{c_4 \cdot N_0 \cdot f_{\pm} \cdot [\tau^2 - \delta^2]} \cdot \ln \left| \frac{\tan \left[\frac{\phi_0}{2} \right]}{\tan \left[\frac{\phi}{2} \right]} \right|, \quad (18)$$

$$l = \vartheta_s \cdot t, \quad (19)$$

де ϑ_s – середня швидкість переміщення частки;

τ, δ – час ковзання частки за напрямом руху та проти напрямку руху за період коливань опорної поверхні T ;

J_z – момент інерції частки відносно центра мас.

Для орієнтації частки з імовірністю p у межах кута α за надходження зернового матеріалу з рівною ймовірністю їх положення необхідно мати довжину віброуючої поверхні, яку можна визначити залежністю:

$$l = \frac{2 \cdot J_z \cdot T \cdot g_s}{c_4 \cdot N_0 \cdot f_{\pm} \cdot [\tau^2 - \delta^2]} \cdot \ln \left| \frac{\tan \left[\frac{\varphi_0}{2} \right]}{\tan \left[\frac{\varphi}{2} \right]} \right|, \quad (20)$$

Отримані залежності в основному мають якісний характер, оскільки не впливають безпосередньо з диференціальних рівнянь руху частки. Математичні моделі руху часток по шорсткій поверхні лише частково розвинулися в завданнях вібропереміщення зернових матеріалів. Складність розрахунку сил тертя в цих моделях ускладнює можливість дослідження режимів руху, що включають етапи спокою чи кочення без ковзання.

Також варто зазначити, що в деяких літературних джерелах [3; 6] досліджується більш загальний підхід до проблеми взаємодії твердого тіла (частки) обмежених розмірів з робочою поверхнею. У цих джерелах розглядаються завдання для тіл різної форми за участю як прямих, так і кутових коливань.

Висновки. Отримані результати досліджень указують на складність математичного моделювання процесів сепарування зернових матеріалів і відсутність загального підходу до розв'язання проблем взаємодії твердих тіл обмежених розмірів із шорсткою поверхнею та між собою. Незважаючи на це, деякі роботи присвячено аналізу різних режимів руху часток, як-от ковзання без перекочування, перекочування без ковзання та їх поєднання.

Для подальшого розвитку досліджень у цій області можна запропонувати:

- 1) Подальше вдосконалення математичних моделей, які дозволять краще узгоджувати теоретичні результати з експериментальними даними;
- 2) Розширення аналізу режимів руху часток для врахування більш широкого спектру сценаріїв, включаючи етапи спокою та кочення без ковзання;
- 3) Вивчення взаємодії твердих тіл обмежених розмірів із шорсткою поверхнею у більш загальному контексті, з урахуванням різних форм тіл і різних типів коливань поверхні;
- 4) Проведення додаткових експериментів для підтвердження отриманих теоретичних результатів і отримання нових даних щодо руху часток на віброуючій поверхні;
- 5) Розвиток нових методик та алгоритмів для більш точного прогнозування поведінки часток зернового матеріалу під час вібраційного переміщення.

Стаття надійшла до редакції 06.03.2025 р.

Список використаних джерел

1. Моделювання процесу переміщення зернового матеріалу в робочій зоні сепаратора / С.П. Степаненко та ін. *Науковий вісник Таврійського державного агротехнологічного університету*. 2024. Т. 14. № 1. <http://doi.org/10.32782/2220-8674-2024-24-1-3>
2. Jagusiak-Kocik M, Bohomolov O, Hurskyi P, Bredykhin V, Lukyanov I, Shchur T, Dzhidzhora O. Optimizing the Separation Process of Difficult-to-Separate Wheat and Barley Grain Mixtures Using Vibrofriction Technology. *System Safety: Human – Technical Facility – Environment. Sciendo*. 2024; Vol. 6, (1). P. 360–370. <http://doi.org/10.2478/czoto-2024-0038>
3. Bazaluk O., Postnikova M., Halko S., Mikhailov E., Kovalov O., Suprun O., Miroshnyk O., Nitsenko V. Improving Energy Efficiency of Grain Cleaning Technology. *Applied Sciences* 2022. Vol. 12, Issue. 10: 5190. <http://doi.org/10.3390/app12105190>

4. Виробництво енергії з біомаси в Україні: технології, розвиток, перспективи / за ред. Г. Гелетути. Київ : Академперіодика, 2022. 373 с. <http://doi.org/10.15407/akademperiodyka.464.373>
5. Обґрунтування конструктивної схеми пневморешітного сепаратора зерна О.М. Васильковський та ін. *Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин*, 2021. Вип. 51. С. 104–110. <http://doi.org/10.32515/2414-3820.2021.51.104-110>
6. Степаненко С.П., Котов Б.І. Основні теоретичні положення сепарації зернового матеріалу в повітряних каналах з нерівномірною швидкістю повітряного потоку. *Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин*. 2020. Вип. 50. С. 122–133. <http://doi.org/10.32515/2414-3820.2020.50.122-133>
7. Cujbescu D, Nenciu F, Persu C, Găgeanu I, Gabriel G, Vlăduț N-V, Matache M, Voicea I, Pruteanu A, Bularda M, Paraschiv G., Boruz S. Evaluation of an Optical Sorter Effectiveness in Separating Maize Seeds Intended for Sowing. *Applied Sciences*. 2023. Vol. 12, Issue. 13(15) :8892. <http://doi.org/10.3390/app13158892>
8. Mykhailov Y., Golebiewski J., Kiurchev S., Hutsol T., Kolodii O., Nurek T., Glowacki Sz., Zadosna N., Verkholtantseva V., Palianychka N., Kucher O. Economic and technical efficiency of sunflower seed processing. Monograph. Warszawa: 2020. 158 с. <http://doi.org/10.22630/SGGW.WE.9788375839340>
9. Tishchenko L, Kharchenko S, Kharchenko F, Bredykhin V, Tsurkan O. Identification of a mixture of grain particle velocity through the holes of the vibrating sieves grain separators. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2016. Vol. 2, no. 7(80). P. 63. <http://doi.org/10.15587/1729-4061.2016.65920>
10. Kharchenko S., Borshch Y., Kovalyshyn S., Piven M., Abduev M., Miernik A., Popardowski E., Kielbasa P. (2021). Modeling of Aerodynamic Separation of Preliminarily Stratified Grain Mixture in Vertical Pneumatic Separation Duct. *Applied Sciences*, 11(10), 4383. <http://doi.org/10.3390/app11104383>
11. Bredykhin V., Pak A., Gurskyi P., Denisenko S., Bredykhina K. Improving the mechanical-mathematical model of pneumatic vibration centrifugal fractionation of grain materials based on their density. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2021. 4(1(112)), 54–60. <http://doi.org/10.15587/1729-4061.2021.236938>
12. Palamarchuk I, Rogovskii I., Titova L., Omelyanov O. Experimental evaluation of energy parameters of volumetric vibroseparation of bulk feed from grain. *Eng. Rural Devel.* 2021, 20, 1761–1767. <http://doi.org/10.22616/ERDev.2021.20.TF386>
13. Stepanenko S., Kotov B., Kuzmych A., Kalinichenko R., Hryshchenko V. Research of the process of air separation of grain material in a vertical zigzag channel. *Journal Of Central European Agriculture*. 2023. Vol. 24, no. 1. P. 225–235. <http://doi.org/10.5513/jcea01/24.1.3732>
14. Adamchuk V., Bulgakov V., Ivanovs S., Holovach I., Ihnatiev Y. Theoretical study of pneumatic separation of grain mixtures in vortex flow. *Engineering for Rural Development*. No. 20. P. 657–664. <http://doi.org/10.22616/ERDev.2021.20.TF139>
15. Степаненко С.П., Волик Д.А. Математичне моделювання та результати експериментальних досліджень процесу вібропневмоімпульсного поділу насіння за густиною. *Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин. Загальнодержавний міжвідомчий науково-технічний збірник. Кропивницький : ЦНТУ*, 2023. Вип. 53. С. 138–148. <https://doi.org/10.32515/2414-3820.2023.53.138-148>
16. Study of grain flow in a cylindrical vibrating sieve / M. Slipchenko та ін. *Вібрації в техніці та технологіях*. 2024. № 3 (114). С. 27–33. <http://doi.org/10.37128/2306-8744-2024-3>
17. Adamchuk V., Bulgakov V., Gadzalo I., Ivanovs S., Stepanenko S., Holovach I., Ihnatiev Y. Theoretical Study of Vibrocentrifugal Separation of Grain Mixtures on a Sieveless Seed-cleaning Machine. *Rural Sustainability Research*, 2021, Vol. 46, no. 341. P. 116–124. <http://doi.org/10.2478/plua-2021-0023>
18. Kryszak D., Bartoszewicz A., Szufa S., Piersa P., Obraniak A., Olejnik T. Modeling of transport of loose products with the use of the non-grid method of discrete elements (DEM). *Processes*. 2020, 8, 1489. <http://doi.org/10.3390/pr8111489>

Стаття надійшла до редакції 06.03.2025 р.



S. Stepanenko, V. Myronenko, S. Pohorilyi, A. Kuzmych, V. Shvydia, I. Popadiuk
Institute of Mechanics and Automation of AgroIndustrial Production of the National Academy
of Agrarian Sciences of Ukraine

ANALYSIS AND DEVELOPMENT OF MODELS OF VIBRATIONAL GRAIN DISPLACEMENT IN GRAIN MATERIAL SEPARATION PROCESSES

Summary

Improvement of the technological process of grain material preparation and technical devices based on generalization of existing mathematical models of vibration separation processes is an urgent task. The aim of the research is to build a mathematical model for a special case of vibration movement of a grain in separation processes, taking into account the longitudinal movement of the grain material. The study was carried out using mathematical modeling methods, based on a formalized description in the form of differential equations of the unsteady process of separating grain materials on the vibrating surface of the separator, taking into account the longitudinal movement. As a result of the studies, a mathematical description of the process of vibration movement of a grain in the processes of separating grain materials on the oscillating surface of the separator was formed, taking into account the longitudinal movement of the grain in the form of a mathematical model to determine the distribution of material movement trajectories along the length of the bearing surface. The obtained research results indicate the complexity of mathematical modeling of grain separation processes and the lack of a general approach to solving the problems of interaction of solids of limited dimensions with a rough surface and with each other. Despite this, some works are devoted to the analysis of various modes of particle motion, such as sliding without rolling, rolling without sliding, and their combination. For further development of research, it is necessary to improve mathematical models and expand the analysis of particle motion modes to take into account a wider range of scenarios. It is promising to study the interaction of solids of limited size with a rough surface, taking into account different body shapes and different types of surface vibrations, which will allow better matching of theoretical results with experimental data.

Keywords: equilibrium equation, friction forces, grain material, mathematical model, displacement, velocity.